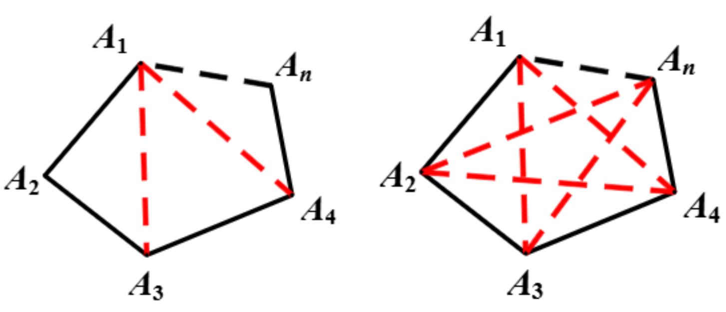
课程基本信息							
课例编号	2020QJ08SXRJ009	学科	数学	年级	八年级	学期	秋季
课题	多边形的内角和						
教科书	书名： 义务教育教科书数学八年级上册 出版社： 人民教育出版社 出版日期：2013 年 6 月						

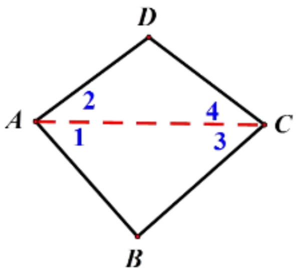
教学人员		
	姓名	单位
授课教师	姚淑华	北京市第三十五中学
指导教师	崔佳佳	北京市西城区教育研修学院

教学目标
教学目标：探索并证明多边形的内角和定理及外角和定理，并进行相关的计算与证明. 教学重点：探索并证明多边形内角和定理. 教学难点：把多边形问题转化为三角形问题的研究方法.

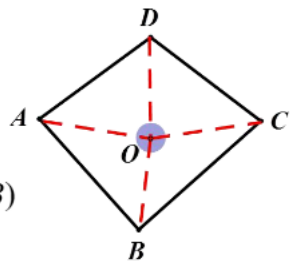
教学过程		
时间	教学环节	主要师生活动
2 分	知识回顾	上节课我们学习了多边形的定义及相关概念，探究了对角线的条数与边数 n 的关系，下面我们一起来回顾 1. 多边形的定义：在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做多边形. 如果一个多边形由 n 条线段组成，那么这个多边形叫做 n 边形； 2. 多边形相邻两边组成的角叫多边形的内角； 3. 多边形边与它的邻边的延长线组成的角叫多边形的外角； 4. 连接多边形不相邻的两个顶点的线段叫多边形的对角线； 5. n 边形有 n 个顶点，n 个内角，$2n$ 个外角，一个顶点可以引 $(n\text{-}3)$ 条对角线，可以把多边形分成 $(n\text{-}2)$ 个三角形，多边形共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线. 

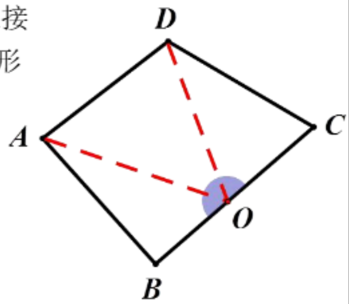
<table>
<tr>
<td>14 分</td>
<td>探究新知</td>
<td>
研究多边形的问题通过添加对角线，都可以转化为三角形. 你能利用三角形内角和定理证明，任意四边形 ABCD 的内角和等于360°吗？

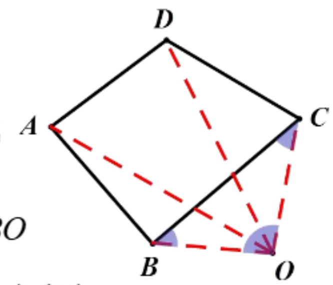
已知：四边形$ABCD$，求证：$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$.

方法 1：证明：连接AC，
$\angle BAD+\angle B+\angle BCD+\angle D$
$=\angle 1+\angle 2+\angle B+\angle 3+\angle 4+\angle D$
$=(\angle 1+\angle B+\angle 3)+(\angle 2+\angle D+\angle 4)$
$=180^\circ+180^\circ$
$=360^\circ$


把一个四边形分成几个三角形，还有其他分法吗？

方法 2：如图，在四边形$ABCD$内部取一点O，
连接AO、BO、CO、DO把四边形分成
四个三角形ΔABO、ΔADO、ΔCDO、ΔCBO
所以四边形 ABCD 的内角和为:
$180^\circ\times 4-(\angle AOB+\angle AOD+\angle COD+\angle COB)$
$=180^\circ\times 4-360^\circ$
$=360^\circ$


方法 3：如图，在BC边上任取一点O，连接
AO、BO，所以该四边形被分成三个三角形
ΔABO、ΔADO、ΔDCO
所以四边形 ABCD 的内角和为:
$180^\circ\times 3-(\angle AOB+\angle AOD+\angle COD)$
$=180^\circ\times 3-180^\circ$
$=360^\circ$




方法 4：如图，在四边形外任取一点O,
连接AO、BO、CO、DO将四边形变成
有一个公共顶点的三个三角形
ΔABO、ΔADO、ΔDCO，再减去ΔCBO
的内角和 180，即可得四边形$ABCD$的内角和为:
$180^\circ\times 3-180^\circ=360^\circ$
</td>
</tr>
</table>

以上这四种方法都运用了转化的思想，把四边形分割成三角形，转化为已学的三角形内角和进行求解.

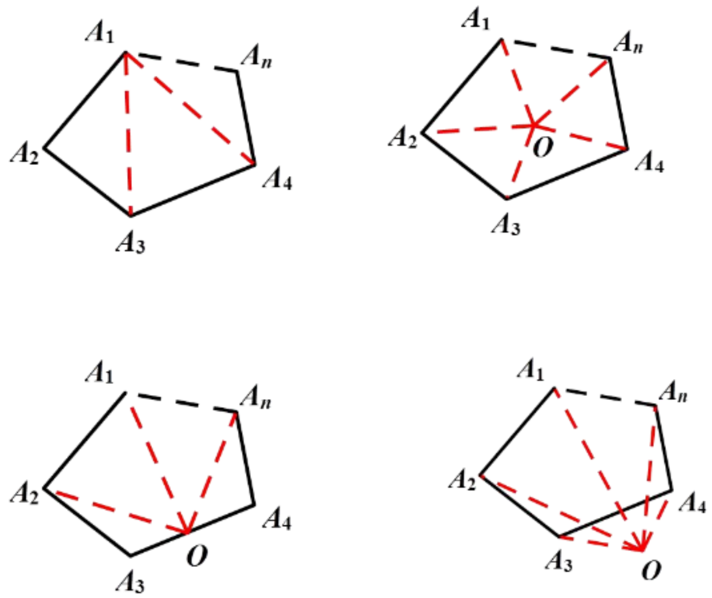
四边形可以如此解决，多边形的问题也可以通过添加对角线转化成三角形问题来解决.

如图 1 可得多边形的内角和为$(n-2)\cdot 180^\circ$

如图 2 多边形的内角和$n\cdot 180^\circ$-360°=$(n-2)\cdot 180^\circ$

如图 3 多边形的内角和$(n\text{-}1)\cdot 180^\circ$-$180^\circ=(n-2)\cdot 180^\circ$

如图 4 多边形的内角和$(n\text{-}1)\cdot 180^\circ$-$180^\circ=(n-2)\cdot 180^\circ$



通过探究得到多边形内角和公式为$(n-2)\cdot 180^\circ$

小结：

多边形的问题可以转化为三角形的问题来研究，将未知转化为已知.

多边形的内角和仅与边数有关，与多边形的大小无关；

请问八边形的内角和是$\underline{(8-2)\cdot 180^\circ=1080^\circ}$，

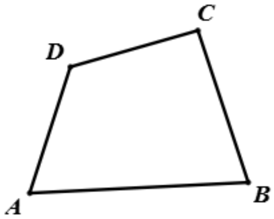
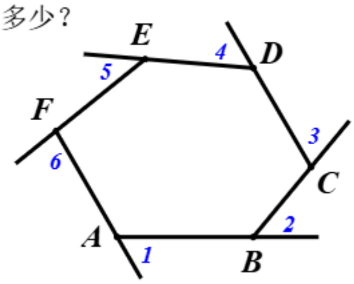
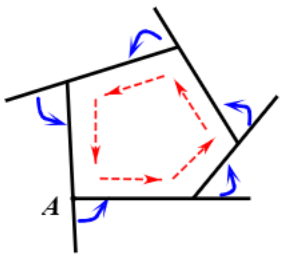
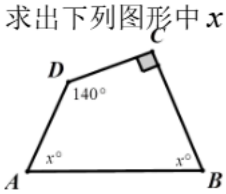
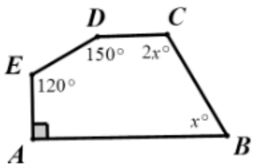
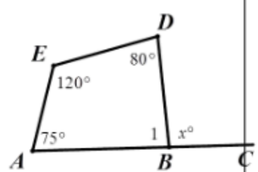
十边形的内角和是$\underline{(10-2)\cdot 180^\circ=1440^\circ}$.

例题解析

下面我们一起来看两个例题

例　如果一个四边形的一组对角互补，那么另一组对角有什么关系？

根据题意画图，在四边形 $ABCD$ 中，

5分	巩固新知	已知 $\angle A+\angle C=180^\circ$，  $\because \angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$ $\therefore \angle B+\angle D=360^\circ-(\angle A+\angle C)$ $=360^\circ-180^\circ=180^\circ$ 所以**如果一个四边形的一组对角互补，那么另一组对角也互补.** 例　如图，在六边形的每个顶点处各取一个外角，这些外角的和叫做六边形的外角和．六边形的外角和等于多少？  因为六边形的任何一个外角加上与它不相邻的内角都等于180°，因此六边形的 6 个外角加上它们相邻的内角，所得的总和等于$6\times180^\circ$. 所以外角和为 $6\times180^\circ-(6-2)\cdot180^\circ=2\times180^\circ=360^\circ$ 同学们也可以像这样理解，为什么多边形的外角和等于 360 度？ 如图，从多边形的一个顶点 A 出发，沿多边形的各边走过各顶点，再回到点 A，然后转向出发时的方向. 在行程中所转的各个角的和就是多边形的外角和. 由于走了一周，所转的各个角的和等于一个周角，所以多边形的外角和等于 360 度.  **所以任何多边形的外角和都等于360°，不随边数的改变而改变.** 请同学们根据所学习的新知来做一组练习： 求出下列图形中 x 的值.   

1 分	课堂小结	根据四边形的内角和是 360，已知一个角是 90，另一个角是 140，可得 x=65 一个多边形的内角和是 1620°，它是________边形. 根据多边形的内角和公式，可得 $(n-2)\cdot 180^{\circ}=1620^{\circ}$，解方程得 n=11 所以十一边形. 一个多边形的每一个外角都等于 30°，则这个多边形为____边形. 由一个多边形的每一个外角都等于 30° 多边形的外角和是 360，用 360 除以 30 可得这个多边形是十二边形. 一个多边形的内角和与外角和相等，它是几边形？ 由多边形的内角和与外角和相等，可得方程为 $(n-2)\cdot 180^{\circ}=360$ 解得 n=4，所以多边形的内角和与外角和相等是四边形. 课堂小结，本节课我们学习了 1. 把多边形的问题可以转化为三角形的问题来研究，将未知转化为已知. 2. 多边形的内角和为 $(n-2)\cdot 180^{\circ}$，内角和仅与边数有关，与多边形的大小无关，边数每增加 1，内角和增加　　. 3. 多边形的外角和为 360°，不随边数的改变而改变.
2 分	布置作业	教科书 P24-25 复习巩固 2，3 ， 4，5 ， 6.