《28.1.3　特殊角的三角函数值及用计算器求角的三角函数值》

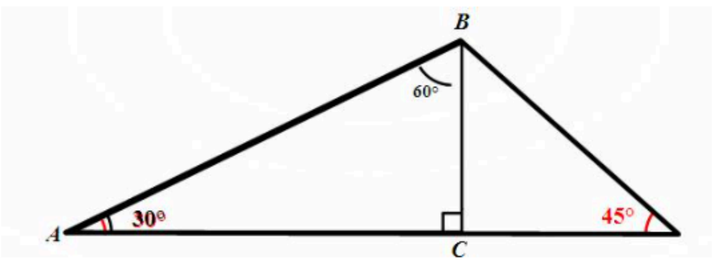
教学设计

江西省赣州市赣县区教研室　谢立光

教学任务分析

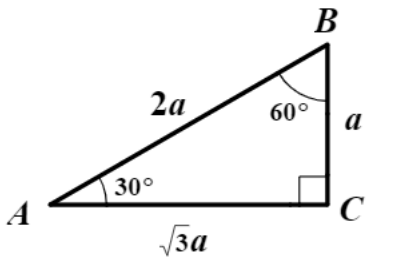
教学目标	1.掌握特殊角的三角函数值,能运用特殊角的三角函数值进行计算和化简,会用特殊角三角函数知识解决简单的实际问题，会用计算器求角的三角函数值.
	2.通过学生的探索活动,进一步体会角度与比值之间的对应关系,深化对三角函数概念的理解,提升分析问题、解决问题的能力.
	3.运用几何直观、数学模型思想和数形结合思想对特殊角的三角函数值进行研究,更好地体会函数的思想,提升思维品质，形成数学素养.
	4.在数学学习过程中,体验获得成功的乐趣,建立学好数学的自信心,养成认真勤奋、独立思考等良好的学习习惯,形成严谨求学的科学态度.
重　点	掌握特殊角的三角函数值,特殊三角函数值的计算与应用.
难　点	特殊角三角函数值的记忆，生活数学化：从实际问题中提炼图形，将实际问题数学化.
教学方法	自主探索、合作交流、归纳概括.
教学手段	多媒体辅助教学、教具.

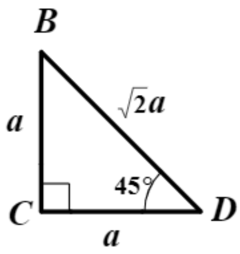
教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
[活动 1]　创设情境，活动导入 同学们，有句话说的好：“每天锻炼一小时，健康快乐一辈子！”说说你的锻炼方式有哪些？ 接下来请看：  	教师通过介绍筹备“庆圣诞、迎新年”活动情况，让学生从登山图中抽取出数学图形（三角形），导入新课. 作高，可得两个特殊的直角三角形，含有三个特殊的内角：30°、45°和60°。	倡导“阳光体育”，学习锻炼两不误。 激发学生学习兴趣，告诉学生数学来源于生活. 通过直观想象，作高构建特殊的直角三角形，为导入课题作铺垫。

[活动 2] 自主探究，归结特值

1.借助两个特殊的直角三角形，探究 30°、45°和 60°的三角函数值.





设高为 a，用含 a 的式子分别表示 AB、AC、DC、DB，根据三角函数的定义，师生共同完成30°的正弦值、余弦值和正切值，学生独立完成45°和 60°的三角函数值的探究.

遵循学生的认知规律，从勾股定理出发，得出直角三角形的三边的数量关系，利用已学的锐角三角函数的定义，数形结合计算出特殊角的三角函数值，体会模型思想.

2.特殊角的三角函数值表

锐角 α / 三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

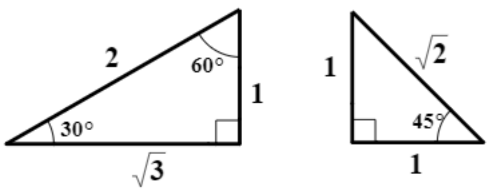
教师引导学生用表格呈现特殊角的三角函数值.

进一步了解锐角三角函数，引导学生用表格呈现，学会归纳概括.归纳概括得到猜想和规律，并加以验证，是创新的重要方法.

[活动 3] 数形结合，熟记特值

如何熟记特殊角的三角函数值.

①图形法（基本图形）：



②口决法（数值规律）：

分母：弦二切三；

分子：被开方数分别是

一、二、三，

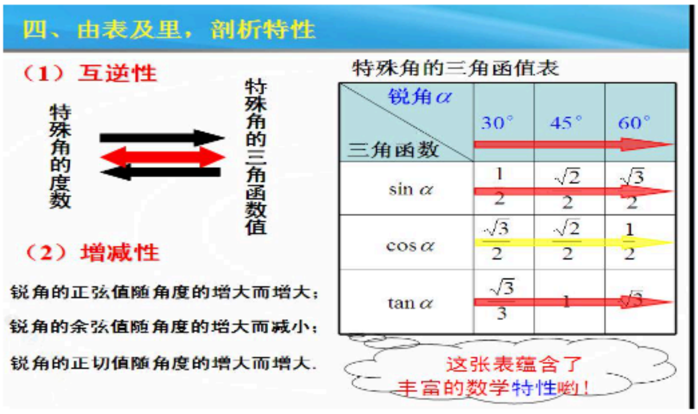
三、二、一，

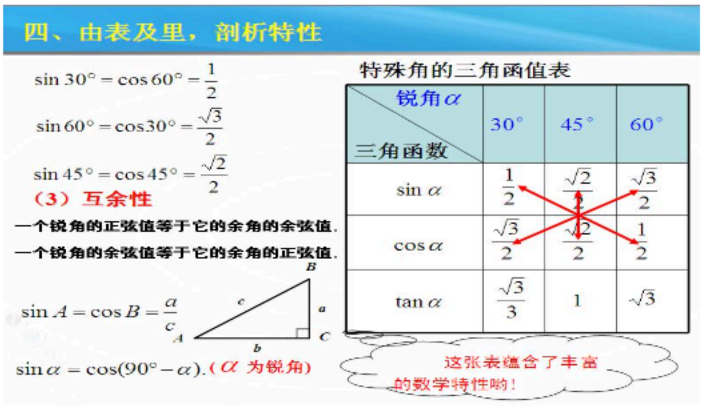
三九二十七.

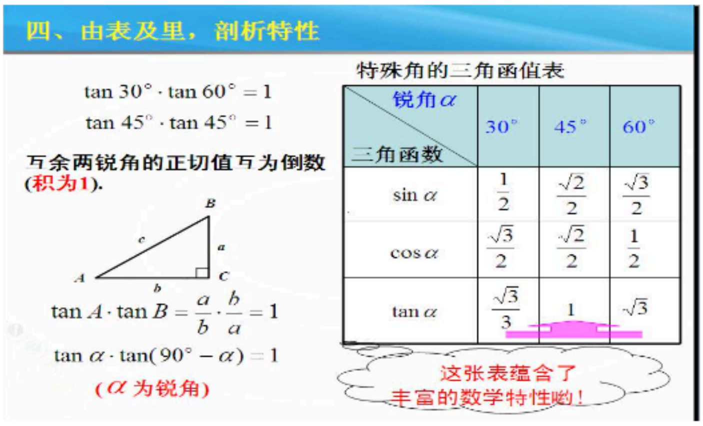
利用有一个锐角分别为30°、45°、60°的直角三角形基本图形，用数形法引导学生理解特殊角的三角函数值，并用口决记忆法将表熟练记忆.

利用数形结合思想，口决法，让学生迅速的记忆特殊角的三角函数值.

[活动 4] 由表及里，剖析特性







观察发现： 已知特殊角的度数可求出特殊角的三角函数值；反过来，已知特殊角的三角函数值可求出特殊角的度数.归结：互逆性；

分析发现： 一个锐角的正弦值随角度的增大而增大；一个锐角的余弦值随角度的增大反而减小；一个锐角的正切值随角度的增大而增大. **归结：** 增减性；

探究发现：
一锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，一锐角的余弦值等于它的余角的正弦值，一锐角的正切值与它的余角的正切值互为倒数(积为 1). **归结：** 互余性.

通过对特殊角的三角函数值表蕴含的数学规律的观察、分析、探究，归结出若干数学规律，发掘特殊角的三角函数值表隐含的数学本质.

学生自己发现和提出问题,归纳概括得到猜想和规律,培养学生的创新能力.,进一步体会函数思想.提升学生的数学素养.

[活动 5]初步应用，发掘特质

1.求下列各式的值：

（1）$\sin^2 60+\cos^2 60^\circ$；

（2）$\dfrac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}-\tan 45^\circ$.

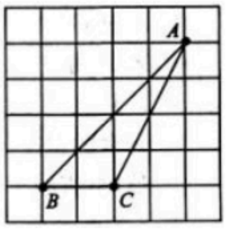
推广：当 α 为锐角时，

(1) $\sin^2 a+\cos^2 a=1$，　(2) $\dfrac{\sin a}{\cos a}=\tan a$.

让学生通过练习进行熟练记忆特殊角的三角函数值,学生动手完成解题步骤书写.

从特殊到一般，推广“同锐角”的三角函数特有的性质.

根据锐角的度数求其对应的三角函数值,并引导学生发现同角之间的三角函数值之间的数量关系. 让学生积极参与数学活动,体验获得成功的乐趣.

<table>
<tr>
<td>
[活动 6] 拓宽思路，灵活应用
2.在正方形网格中，$\triangle ABC$ 的三个顶点分别是格点,其位置如图所示，则 $\cos B$ 的值为（　　）.
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$


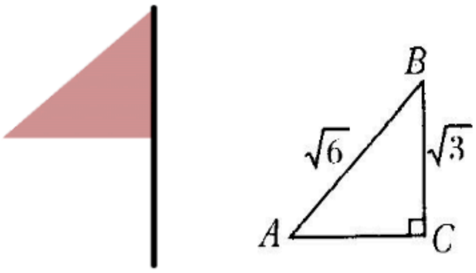
3.育才中学在筹备“庆圣诞、迎新年”登山活动中，准备了一些悬挂用的直角三角形小彩旗和一些发给参与登山活动同学的圆锥形圣诞帽.
（1）如图 1 所示一个直角三角形的小彩旗，即 Rt$\triangle ABC$，已知$\angle C=90°$，$AB=\sqrt{6}$，$BC=\sqrt{3}$，求$\angle A$ 的度数.


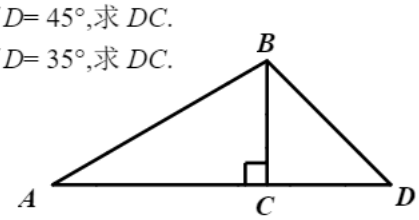
图 1
思路点拨：求$\angle A$的度数 ➡ 已知$\angle A$的对边和斜边 ➡ $\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\sin A$
（2）如图 2 所示一个圆锥形的圣诞帽，已知圆锥的高 AO 等于圆锥的底面半径 OB 的$\sqrt{3}$倍，求α .


图 2
思路点拨：求α ➡ 已知α的对边和邻边的数量关系 ➡ $\frac{\alpha\text{的对边}}{\alpha\text{的邻边}}=\tan\alpha$
</td>
<td>
学生独立完成，介绍思路与方法；教师在此基础上，归结出本题求解的关键是“找到$\angle B$ 所在的直角三角形”

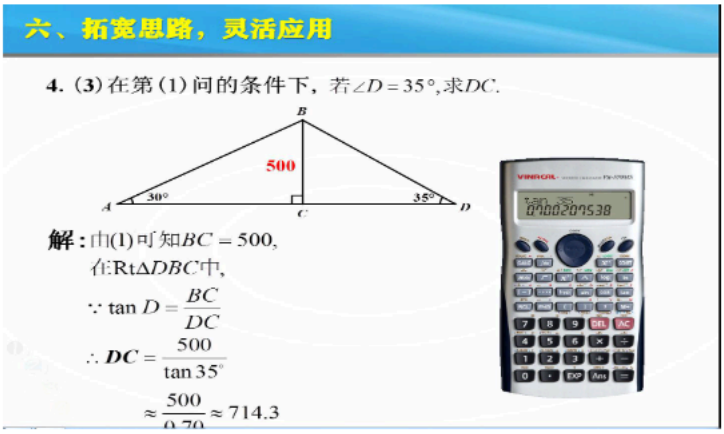
“已知两边求角”观察所求锐角与所给出数值的两边之间的对应关系，选择适当的三角函数求解.

“已知两边的数量关系求角”观察所求锐角与所给出数量关系的两边之间的对应关系,选择适当的三角函数求解.
</td>
<td>
学会利用网格的特性去解题,变换问题的呈现方式,“无中生有”构建直角三角形，把$\angle B$ 转化为直角三角形的锐角.

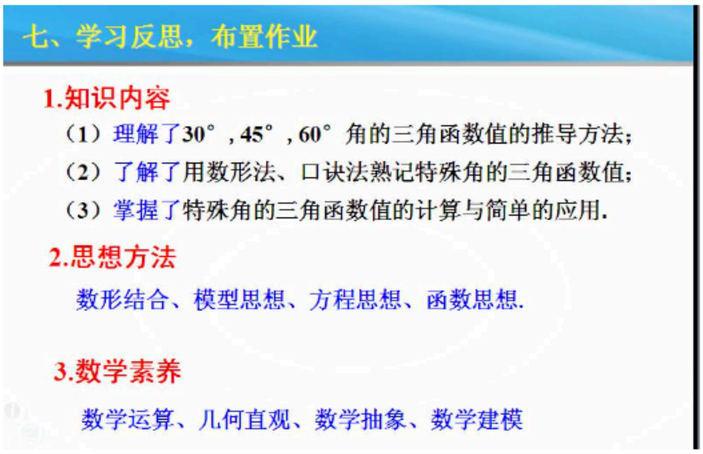
学生能从实际情境中抽象出直角三角形,把实际问题转化为数学问题.

锐角和三角函数值之间是一一对应关系,根据三角函数值可求得唯一的对应的锐角.在实际应用中,我们可以利用直角三角形的两边的数量关系去求锐角的度数.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
4.(1)小明测得这座山的西坡长 AB 为 1000 米,山高为 500 米,请问西坡坡面与水平地面所成的夹角$\angle A$ 为多少度?
(2)在第(1)问的条件下，若$\angle D=45°$,求 DC.
(3)在第(1)问的条件下，若$\angle D=35°$,求 DC.


</td>
<td>
学生运用特殊角的三角形函数值解决生活实际中的一些简单的问题.
</td>
<td>
体会锐角三角函数的定义中的方程模型,让学生初步形成解直角三角形的雏形,为学生的后续学习做铺垫。
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>在课件中嵌入计算器，引导学生学会操作步骤，会求一般角的三角函数值.</td>
<td>从特殊到一般，运用计算器求35°三角函数值.</td>
</tr>
<tr>
<td>

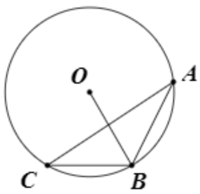
[活动 7]　学习反思，　布置作业



课外作业

1.计算： $\dfrac{\cos 60^\circ}{1+\sin 60^\circ}+\dfrac{1}{\tan 45^\circ}$

2.如图在⊙O 中，OB 为半径，BC 是一条弦，且 $OA=AB$，则 $\sin A=$______.



3. 已知锐角 A 满足关系式: $\sin^2 A-\sin A+\dfrac{1}{4}=0$，则∠$A$ 的度数为（　　）. A.30°　B.45°　C. 60°　D.不能确定

课外阅读

阅读《三角学发展简史 》(见学案).</td>
<td>特殊三角函数值的知识框架，形成知识网络，明确数学思想，注重学生间的相互评价方式的运用.

课外巩固本节课的知识点及思想方法,不同类型题型适用于不同程序学生.

学生通过阅读《三角学发展简史 》，了解三角函数产生、发展和应用.</td>
<td>学生自己总结，自己收益，他人也收益，同学之间还可以取长补短，体现学生是学习的主体，教师只是一名引导者.

数学是人类文化的重要组成部分,在人文科学和社会科学发挥着越来越大的作用.引领学生关注数学文化，促进学生的全面发展.</td>
</tr>
</table>

板书设计: **28.1.3　特殊角的三角函数值及用计算器求角的三角函数值** **一、特殊角的三角函数值表** **二、巧记：图形法、口诀法** **三、特性：** **互逆性、增减性、互余性** **四、猜想：** (1) $\sin^2 a+\cos^2 a=1$, (2) $\dfrac{\sin a}{\cos a}=\tan a$. **五、已知边角与要求边角的函数关系式** **学生演板区**	师生共同参与,教师在黑板上进行板书.	规范学生的答题书写,教师的板书起着不可替代的示范作用.培养学生良好的数学学习习惯.

教案设计说明

学生在前两课时已学了正弦函数、余弦函数和正切函数，在对三角函数的探索过程中体会了函数的思想.本节课转入了对30°、45°和60°这几个特殊角的三角函数值的研究，这实际上是根据三角函数的概念求几个特殊角的三角函数值，可以看成是三角函数概念的应用.求这几个特殊角的三角函数值，一方面让学生进行一步熟悉正弦、余弦和正切函数的概念；另一方面也需要学生熟记这些特殊角的三角函数值,以便利用这些函数值进行一些简单的三角计算.

从实际生活情境出发,抽象出两个基本图形,一个是有一个锐角为30°的直角三角形,另一个是有一个锐角为45°的直角三角形.以求30°的三角函数值为例,设30°的对边长为 $\boldsymbol{a}$,则根据“直角三角形中, 30°所对的直角边等于斜边的一半”可知,斜边的长为 $2\boldsymbol{a}$,再根据勾股定理可得,另一条直角边的长为 $\sqrt{3}a$,由三角函数的定义可求出30°的正弦、余弦和正切函数值.类似也,可以求出45°和60°正弦、余弦和正切函数值.这些特殊角的三角函数值的求解过程留给学生,让学生独立思考,自主探索,进地步体会角度与比值之间的对应关系,深化对三角函数的理解.

用表格呈现出特殊角的三角函数值,让学生从表中发现规律,熟记这些特殊角的三角函数值.在锐角三角函数中,锐角和函数值之间是一一对应关系,根据锐角的度数可以求出其对应的三角函数值,反过来,也可以根据三角函数值求得唯一的对应的锐角.学生能运用特殊角的三角函数值进行计算和化简,并能解决简单的实际问题.

在课堂教学过程中始终贯彻“教师为主导、学生为主体”的教学宗旨，通过创设有趣的数学活动展开教学，充分调动学生学习的积极性, 使学生能够主动愉快地学习.在教学过程中,让

学生独立思考、学会思考,渗透函数思想、模型思想和数形结合思想.在教学采用启发式教学,启发、诱导贯穿教学始终,通过真实、熟悉的情境,借助多媒体进行教学,激发学生的好奇心,唤醒学生的求知欲,积极参与教学全过程,使学生在教师的主导下生动活泼、主动的和富有个性地学习.

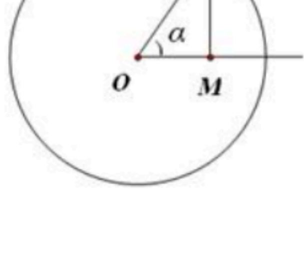
同时根据新课程标准的评价理念，我在整个教学过程中，始终注重的是学生的参与意识，注重尝试教学，让学生主动暴露思维过程，及时得到信息的反馈.在课堂上，尽量留给学生更多的空间，更多的展示自己的机会，让学生在充满情感的、和谐的课堂氛围中，在老师和同学的鼓励与欣赏中认识自我，找到自信，体验成功的乐趣，从而树立了学好数学的信心.

三角学发展简史

三角学这门学科是从确定平面三角形和球面三角形的边和角的关系开始的，其最初的研究目的是为了改善天文学中的计算. 古代三角学的萌芽可以说是源出于古希腊哲学家泰利斯(Thales，约前 624—前 547)的相似理论. 古希腊天文学家喜帕恰斯(Hipparchus，约前 190 年-前 125 年)，曾著有三角学 12 卷，可以认为是古代三角学的创始人.

到 15 世纪，德国的雷格蒙塔努斯(J. Regiomontanus，1436-1476)的《论三角》一书的出版，才标志古代三角学正式成为独立的学科. 这本书中不仅有很精密的正弦表、余弦表等，而且给出了现代三角学的雏形. 16 世纪法国数学家韦达(F. Viete，1540-1603)则更进一步将三角学系统化，他已经对解直角三角形、斜三角形等作出了阐述，并且还有正切定理以及和差化积公式等.

直到十八世纪，所有的六个三角量：正弦、余弦、正切、余切、正割和余割，都始终被认为是已知圆内与同一条弧有关的某些线段，即三角学是以几何的面貌表现出来的，这也可以说是三角学的古典面貌. 三角学的现代特征，是把三角量看作为函数，即看作为是一种与角相对应的函数值. 这方面的工作是由欧拉作出的. 1748 年，欧拉发表著名的《无穷小分析引论》一书，指出：“三角函数是一种函数线与圆半径的比值”. 具体地说，任意一个角的三角函数，都可以认为是以这个角的顶点为圆心，以某定长为半径作圆，由角的一边与圆周的交点 P 向另一边作垂线 PM 后，所得的线段 OP、OM、MP(即函数线)相互之间所取的比值(如图 1)，$\sin\alpha=\frac{MP}{OP}$，$\cos\alpha=\frac{OM}{OP}$，$\tan\alpha=\frac{MP}{OM}$等. 若令半径为单位长，那么所有的六个三角函数又可大为简化.



欧拉的这个定义是极其科学的，它使使三角学从原先静态研究三角形的解法中解脱出来，成为反映现实世界中某些运动和变化的一门具有现代数学特征的学科.正如欧拉所说，引进三角函数以后，原来意义下的正弦等三角量，都可以脱离几何图形去进行自由的运算.一切三角关系式也将很容易地从三角函数的定义出发直接得出.这样，就使得从希帕克起许多数学家为之奋斗而得出的三角关系式，有了坚实的理论依据，而且大大地丰富了.严格地说，这时才是三角学的真正确立.