

教学设计

课程基本信息					
学科	初中数学	年级	八年级	学期	春季
课题	17.2 勾股定理的逆定理				
教科书	书 名：义务教育教科书 数学 八年级 下册				
	出版社：人民教育出版社		出版日期：2013 年 8 月		
教学目标					
1. 能应用勾股定理的逆定理判定一个三角形是否为直角三角形，会运用勾股定理的逆定理解决有关证明与计算问题。					
2. 经历“观察-实验-猜想-验证-证明”的探究历程，感悟定理生成过程，获得命题学习的一般思路，体会从特殊到一般与数形结合的思想方法。					
3. 经历定理的推导、证明过程，发展逻辑推理核心素养、创新精神，培养摆事实、讲道理的理性精神；在主线式情境教学中，体会我国古人的劳动智慧，涵养民族自豪感。					
教学内容					
教学重点：					
1. 勾股定理的逆定理的证明与应用。					
教学难点：					
1. 构造一个直角三角形，证明勾股定理的逆定理。					
教学过程					
【环节一 情境导入】					
引言 1： 在我们的生活中，随处可见直角或直角三角形的形象。而遥远的古代，没有三角板、量角器等作图工具，古人是如何构造直角的呢？					
引言 2： 我国古代典籍《史记》中，这样描述到“大禹治水”：“左准绳，右规矩，载四时，以通九州。”其中，准、绳、规、矩是我国古代劳动人民常用的测量工具。大禹将一根长绳打上等距离的 13 个结，然后以 3 个结间距、4 个结间距、5 个结间距的长度为边长，用木桩钉成一个三角形，其中有一个角便是直角。你知道其中蕴藏着怎样的数学奥秘吗？					
设计意图： 改编自人教版勾股定理的逆定理一节的情境导入。课本介绍了个古埃及人作直角的方法，笔者改编后融入了我国经典神话故事，创设问题情境，既激发学习兴趣，又有利于培养民族自豪感。					

【环节二：探究新知】

探究 1：数学抽象。

问题 1：故事情境中，能抽象出一个怎样的数学问题？

师生活动：如果一个三角形的三边长分别为 3, 4, 5，那么这个三角形是直角三角形。

追问：三角形三边的数量关系与该三角形是否为直角三角形有什么联系？换成其他三边，画出的三角形还是直角三角形吗？

设计意图：结合情境和问题，引导学生用数学的眼光发现问题，用恰当的数学语言描述问题。

探究 2：动手实验。

画一画：以这些数为边长画出三角形(单位：)

;

算一算：三角形的三边长分别满足怎样的数量关系？

量一量：用量角器量一量，你有什么发现吗？

问题 2：若三角形的三边长分别为 , , , 你能提出怎样的猜想？

师生活动：由上面的几个例子,我们猜想:命题 2 如果三角形的三边长 满足 , 那么这个三角形是直角三角形。

设计意图：通过动手操作，先从特殊的三角形开始研究，再到一般情况，符合认知规律。鼓励学生大胆猜想，发展合情推理能力。

探究 3：验证猜想。

问题 3：我们的猜想一定正确吗？有没有不同的想法？

师生活动：测量结果可能有误差，而且前面只取了几组数据，不能由部分代表整体。结合几何画板的动态演示，再多验证几组数据。

师生活动：我们看到，命题 2 与上节的命题 1（即勾股定理）的题设、结论正好相反. 我们把这样的两个命题叫做互逆命题。如果把其中一个叫做原命题，那么另一个叫做它的逆命题。例如，如果把命题 1 看作原命题，那么命题 2 是命题 1 的逆命题。

设计意图：不仅要学生养成说话、办事摆事实、讲道理的习惯，还要培养学生求真、严谨、有理、有据的理性精神。

探究 4：推理证明。

问题 4：上节已证明命题 1 正确，能证明命题 2 正确吗？

师生活动：根据猜想，画出一组图形，用符号语言表达已知和求证。解决几何问题，往往从目标出发。目标为证明一个角是直角，回顾相关证明方法，无法直接证明。再从条件

，联想到勾股定理。实施转换，既然条件、目标都集中在“直角”这个关键点上，怎么办？生活中可以通过买或借的方式获得，数学中可以通过自己画一个直接获得。这样，引导构造出一个直角三角形，获得证明思路。（学生独立证明后，教师示范规范书写）

设计意图：先从结论出发，搜索原来的方法，有困难，产生认知冲突。再结合已知，借助生活中“买”或“借”的概念，自然引出“构造”的证明方法。这样低起点、小步子的引导比较自然，学生容易想到，容易操作，也容易迁移到以后的探究活动中，发展逻辑推理核心素养。

探究 5：收获新知。

师生活动：通过证明，命题 2 是正确的。它是勾股定理的逆命题，称它为“勾股定理的逆定理”：如果三角形的三边长 满足 ，那么这三角形是直角三角形。并规范该定理符号语言的书写。

追问：逆定理的作用是什么？

师生活动：能判定一个三角形是否为直角三角形。它可直接根据“数”的关系式，得出“形”的特征。

设计意图：规范定理的文字语言、符号语言、图形语言，小结定理的作用。

【环节三：典例精析】

1. 判断由线段 组成的三角形是不是直角三角形：

() ()

解析：根据勾股定理的逆定理，判断一个三角形是不是直角三角形，只要看两条较小边长的平方和是否等于最大边长的平方。

答案：

()

根据勾股定理的逆定理，这个三角形是直角三角形。

()

根据勾股定理的逆定理，这个三角形不是直角三角形。

拓展：像 这样，能够成为直角三角形三边长的三个正整数称为勾股数。

2. 下列命题都成立。请你说出它们的逆命题，并判定这些逆命题成立吗？

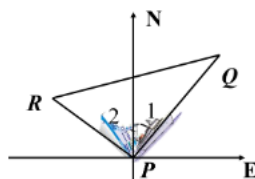
- (1) 两条直线平行，内错角相等；
- (2) 全等三角形的对应角相等；
- (3) 如果两个实数相等，那么它们的绝对值相等。

答案：

- (1) 逆命题：内错角相等，两直线平行。(成立)
- (2) 逆命题：对应角相等的两个三角形全等。(不成立)
- (3) 逆命题：如果两个实数的绝对值相等，那么这两个实数相等。(不成立)

归纳：当原命题成立时，它的逆命题不一定成立。

3. 如图，某港口 位于东西方向的海岸线上。“远航”号、“海天”号轮船同时离开港口，各自沿一固定方向航行，“远航”号每小时航行 海里，“海天”号每小时航行 海里。它们离开港口一个半小时后分别位于点 处，且相距 海里。如果知道“远航”号沿东北方向航行，能知道“海天”号沿哪个方向航行吗？



答案：

解：根据题意，

即

【环节四：小结归纳】

问题 1：本节课我们共同研究哪些知识？

师生活动：勾股定理的逆定理、原命题与逆命题、勾股数……

问题 2：还记得是按照怎样的路径研究的吗？

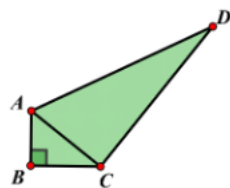


问题 3：你有哪些感悟或收获呢？

师生活动：①可以按照“观察-猜想-验证-证明”的思路研究其他几何命题；②数学是一门严谨的学科，要养成讲事实、摆道理的理性思维；③感受到了我国古代劳动人民的智慧……

【环节五：作业布置】

综合运用：大禹治水后测得一四边形田地相关数据。如图，在四边形 $ABCD$ 中，
 $AB \perp BC$ ， $BC = 3$ ， $CD = 4$ ， $AD = 5$ ，求该田地的面积。



思维拓展： $3, 4, 5$ 是一组勾股数， $3, 4, 5$ 同样是一组勾股数，那 $3, 4, 5$ 为正整数 n 呢？
 一般地，若 a, b, c 是一组勾股数，那么 na, nb, nc 为正整数 n 是一组勾股数吗？
 （详细见“作业练习”）