国家中小学课程资源

21.2.2 公式法 (2)

年　级：初三年级　　学　科：数学（人教社）

主讲人：董兰兰　　学　校：北京市第八中学

复习回顾

请同学们解方程 $x^2+x-1=0$.

小明的解法

$x^2+x=1.$

$x^2+x+\underline{\left(\frac{1}{2}\right)}^2=1+\underline{\left(\frac{1}{2}\right)}^2.$

$\underline{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{5}{4}.$

$x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2},$

$x_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2},\ x_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}.$

配方法

小华的解法

$a=1, b=1, c=-1.$

$\underline{b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-1)=5>0}.$

方程有两个不等实数根

$\underline{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}},$

即 $x_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2},\ x_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}.$

公式法

复习回顾

关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$

当$b^2-4ac>0$时,方程的根为$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$;

当$b^2-4ac=0$时,方程的根为$x_1=x_2=\dfrac{-b\pm\sqrt{0}}{2a}=\dfrac{-b}{2a}$;

当$b^2-4ac<0$时,方程无实数根.

运用公式

例1 用公式法解下列方程：

(1) $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$;

(2) $x(x-4)=2-8x$;

(3) $x^2+17=8x$.

例1 用公式法解下列方程：

(1) $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$;

解：$a=2, b=-2\sqrt{2}, c=1$.

$$b^2-4ac=\left(-2\sqrt{2}\right)^2-4\times2\times1=0.$$

方程有两个相等的实数根

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2\sqrt{2}}{2\times2}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

例1 用公式法解下列方程：

(2) $x(x-4)=2-8x$；

解：方程化为 $x^2+4x-2=0$.

$a=1, b=4, c=-2$.

$b^2-4ac=4^2-4\times1\times(-2)=24>0$.

方程有两个不等的实数根

$\boxed{\sqrt{24}=2\sqrt{6}}$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-4\pm\sqrt{24}}{2\times1}=-2\pm\sqrt{6},$$

即 $x_1=-2+\sqrt{6}$，$x_2=-2-\sqrt{6}$.

例1 用公式法解下列方程：

(3) $x^2+17=8x$.

解：方程化为 $x^2-8x+17=0$.

$a=1, b=-8, c=17$.

$b^2-4ac=(-8)^2-4\times1\times17=-4<0$.

方程无实数根.

小结1：用公式法解一元二次方程的一般步骤

①化为“一般形式”.

②确定a、b、c(注意符号).

③计算b^2-4ac的值.

④当$b^2-4ac\geq 0$时，将a、b、c及b^2-4ac代入公式

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$$求出方程的根.

当$b^2-4ac<0$时,方程无实数根.

⑤结果化成最简形式.

小结2: 关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$实数根的情况

① 当$b^2-4ac>0$时，方程有两个不等实数根；

② 当$b^2-4ac=0$时，方程有两个相等实数根；

③ 当$b^2-4ac<0$时，方程无实数根．

一般的，式子b^2-4ac叫做一元二次方程$ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$**根的判别式**，通常用希腊字母“Δ”表示它，即$\Delta=b^2-4ac$.

例2 用公式法解关于x的方程：

(1) $x^2 - mx - m^2 = 0$;

解：$a = 1, b = -m, c = -m^2$.

$\because a = 1 \neq 0.$

$\therefore$原方程为一元二次方程

$5m^2$是非负数

$\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-m^2) = 5m^2 \geq 0.$

方程有两个实数根

例2 用公式法解关于x的方程：

(1) $x^2-mx-m^2=0$；

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-m)\pm\sqrt{5}m}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}m.$$

即 $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}m$，$x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}m$.

例2 用公式法解关于x的方程：

(2) $mx-2=(m-2)x^2\ (m\neq 2)$.

解：方程化为 $(m-2)x^2-mx+2=0$.

$a=m-2,\ b=-m,\ c=2$.

$\because m\neq 2\quad \therefore a=m-2\neq 0$.

$\therefore$原方程为一元二次方程

$=m^2-8m+16$

$\Delta=b^2-4ac=(-m)^2-4\times(m-2)\times 2=(m-4)^2\geq 0$.

方程有两个实数根

例2 用公式法解关于x的方程：

(2) $mx-2=(m-2)x^2\ (m\neq 2)$.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-m)\pm(m-4)}{2(m-2)},$$

分式化简

$$x_1=\frac{m+(m-4)}{2(m-2)}=\frac{2(m-2)}{2(m-2)}=1,$$

$$x_2=\frac{m-(m-4)}{2(m-2)}=\frac{4}{2(m-2)}=\frac{2}{m-2}.$$

即 $x_1=1,\ x_2=\dfrac{2}{m-2}$.

运用公式

例1 用公式法解下列方程：

(1) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$；　(2) $x(x-4) = 2 - 8x$；

(3) $x^2 + 17 = 8x$.

例2 用公式法解关于x的方程：

(1) $x^2 - mx - m^2 = 0$；

(2) $mx - 2 = (m-2)x^2$ $(m \neq 2)$.

运用公式

相同点：都是一元二次方程;
用公式法都可以求出这些方程的根.

不同点：例1是数字系数，例2是字母系数;
例1是数的运算，例2是式的运算比较多，
例1的判别式Δ的结果是一个数，
例2的判别式Δ的结果是一个式子.

课堂小结

1.本节课，主要练习了用公式法解一元二次方程；

2. 一元二次方程根的情况与判别式Δ的符号的关系；

3. 要熟记求根公式.

课堂小结

关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$

当$\Delta=b^2-4ac>0$时,方程的根为 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$;

当$\Delta=b^2-4ac=0$时,方程的根为$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$;

当$\Delta=b^2-4ac<0$时,方程无实数根.

布置作业

用公式法解下列关于x的方程:

(1) $x^2+x-6=0$;

(2) $4x^2-6x=0$;

(3) $2x^2+1=\sqrt{3}x$;

(4) $x^2-(k+1)x+k=0$.

用公式法解下列关于x的方程：(2) $4x^2-6x=0$;

解： $a=4, b=-6, c=0.$

$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times4\times0=36>0.$

方程有两个不等实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{36}}{2\times4}=\frac{6\pm6}{8}.$$

即 $x_1=0, x_2=\frac{3}{2}.$

用公式法解下列关于x的方程：(4) $x^2-(k+1)x+k=0.$

解：$a=1, b=-(k+1), c=k.$

$$\Delta=b^2-4ac=[-(k+1)]^2-4\times1\times k=(k-1)^2\geq0.$$

方程有两个实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-[-(k+1)]\pm(k-1)}{2\times1}=\frac{(k+1)\pm(k-1)}{2}.$$

即 $x_1=1, x_2=k.$

国家中小学课程资源

同学们，再见！