

基础教育精品课

二次根式的乘法

年 级：八年级

主讲人：江伴贝

学 科：数学（人教版）

学 校：华东师范大学附属台州学校



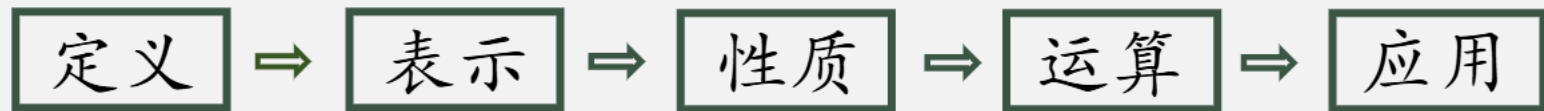
二次根式的乘法

年 级：八年级 学 科：数学（人教版）

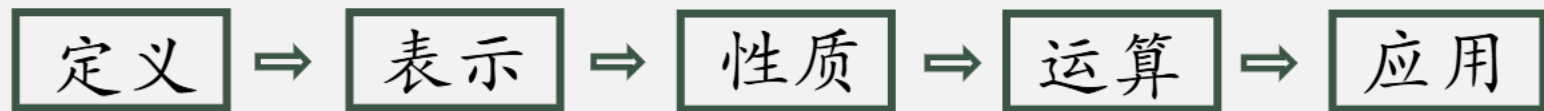
主讲人：江伴贝 学 校：华东师范大学附属台州学校

一、回顾旧知、启动思维

有理数、实数的研究思路：



整式、分式的研究思路：



问题1 关于二次根式我们学了什么？

定义

形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.



表示



性质



运算

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0) \quad \sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$$

问题2 类比之前研究数或式的乘法运算方法，如何研究二次根式的乘法？

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \underline{\quad ? \quad} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

二、深入探究、获得新知

 计算下列各式，观察计算结果，你能发现什么规律？

(1) $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \underline{2} \times \underline{3} = \underline{6}$ ， $\sqrt{4 \times 9}$ 开方得 $\sqrt{36}$ 的数；

(2) $\sqrt{16} \times \sqrt{25} = \underline{4} \times \underline{5} = \underline{20}$ ， $\sqrt{16 \times 25} = \sqrt{400} = \underline{20}$ ；

(3) $\sqrt{25} \times \sqrt{36} = \underline{5} \times \underline{6} = \underline{30}$ ， $\sqrt{25 \times 36}$ 开方得 $\sqrt{900}$ 的数 = $\underline{30}$ 。

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \neq \sqrt{2 \times 3}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \approx 2.449489742783178098$$

操作 用计算器验证试试！ $\sqrt{2 \times 3} \approx 2.449489742783178098$

思考 你能说出道理吗？ $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9}$$

$$\sqrt{16} \times \sqrt{25} = \sqrt{16 \times 25}$$

$$\sqrt{25} \times \sqrt{36} = \sqrt{25 \times 36}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$$

证明: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$

$$\therefore (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$$

$$\text{又} \because (\sqrt{ab})^2 = ab$$

$\therefore \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 和 $\sqrt{ab}$ 的值都是 ab 的算术平方根

$$\therefore \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$$

想一想 你能总结二次根式乘法运算的规律吗? 试着用字母表示.

算术平方根的特殊 $\xrightarrow{\hspace{10em}}$ 一般
 的积等于各个被开方数积的算术平方根

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$$

你能证明这个猜想吗?

二次根式的乘法法则：

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

符号语言

算术平方根的积等于各个被开方数积的算术平方根.

文字语言

问题3 经历了怎样的步骤得到二次根式的乘法法则？

计算

⇒

观察

⇒

猜想

⇒

证明

三、重点突破、提升探究

例1 计算：

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{5}; \quad (2) \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27}.$$

解：(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15};$

$$(2) \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 27} = \sqrt{9} = 3.$$

二次根式的乘法法则： $\boxed{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}}$

积的算术平方根的性质： $\boxed{\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$

思考：

(1) a, b 的取值有什么特点呢？

(2) 积的算术平方根的性质与二次根式的乘法法则有什么区别和联系？

在本章中，如果没有特别说明，所有的字母都表示正数.

辨一辨 下列计算是否正确？为什么？

算(取)平方根的积 $\sqrt{-4} \times \sqrt{-9}$ 关系正确

$$(2) \sqrt{\frac{a \cdot b}{9+16}} = \sqrt{\frac{a}{9}} + \sqrt{\frac{b}{16}}$$

积的算术平方根的性质 不正确

积的算术平方根

$$\sqrt{ab}$$

想一想 积的算术平方根的性质化简时要注意什么？

①被开方数都是非负数；②被开方数是积的形式。

例3 计算：

$$(1) \sqrt{14} \times \sqrt{7}; \quad (2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}; \quad (3) \sqrt{3x} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}xy}.$$

解：(1) $\sqrt{14} \times \sqrt{7} = \sqrt{14 \times 7} = \sqrt{7^2 \times 2} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2};$

二次根式乘法法则 积的算术平方根的性质

或 $\sqrt{14} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} \times \sqrt{7} = \sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} = \sqrt{2} \times (\sqrt{7} \times \sqrt{7}) = 7\sqrt{2};$

积的算术平方根的性质

$$(2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} = (3 \times 2) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{10}) = 6\sqrt{5 \times 10} = 6\sqrt{5^2 \times 2} = 6 \times 5\sqrt{2} = 30\sqrt{2};$$

$$(3) \sqrt{3x} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}xy} = \sqrt{3x \cdot \frac{1}{3}xy} = \sqrt{x^2y} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y} = x\sqrt{y}.$$

四、反思总结、拓展延伸

回顾1 类比的前面学习经验哪些内容将会研究什么内容？

