<table>
<tr><th colspan="8">课程基本信息</th></tr>
<tr><td>课例编号</td><td>2020QJ09SXRJ010</td><td>学科</td><td>数学</td><td>年级</td><td>初三</td><td>学期</td><td>第一学期</td></tr>
<tr><td>课题</td><td colspan="7">21.2 解一元二次方程解法——一元二次方程的根的判别式（1）</td></tr>
<tr><td>教科书</td><td colspan="7">书名：　　　　数学
出版社：人民教育出版社　　出版日期：　2019 年 6 月</td></tr>
<tr><th colspan="8">教学人员</th></tr>
<tr><td></td><td>姓名</td><td colspan="6">单位</td></tr>
<tr><td>授课教师</td><td>宋微</td><td colspan="6">北京市第十三中学分校</td></tr>
<tr><td>指导教师</td><td>翟颖</td><td colspan="6">北京市第十三中学分校</td></tr>
<tr><th colspan="8">教学目标</th></tr>
<tr><td colspan="8">教学目标：
1. 通过用公式法解一元二次方程体会 b^2-4ac 的符号与一元二次方程根的情况之间的关系；
2. 会将方程化为一般形式后，用根的判别式判断方程根的情况；
3. 认识由特殊到一般的探究问题的方法.
教学重点：由 b^2-4ac 的符号判断一元二次方程根的情况.
教学难点：由 b^2-4ac 的符号判断一元二次方程根的情况.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">教学过程</th></tr>
<tr><td>时间</td><td>教学环节</td><td>主要师生活动</td></tr>
<tr><td></td><td>复习回顾</td><td>通过前面的学习，我们学习一元二次方程的解法，配方法和公式法是通法.通过解一元二次方程我们发现不是所有的一元二次方程都有实数解，那么一元二次方程解的情况由哪些因素决定呢？
我们先来回顾一下求根公式的推导过程
任何一个一元二次方程都可以写成一般形式.
$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$，</td></tr>
</table>

		将二次项系数化为 1，两边同时除以 a，得 $$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0,$$ 将常数项移项到等号右侧，得 $$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a},$$ 根据一次项系数，将等号两边同时加常数项配方，得 $$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2,$$ 等号左边写成完全平方的形式，得 $$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2},$$ 因为$a\neq 0$ 所以$4a^2>0$ ，当$b^2-4ac\geq 0$ ， $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$.方程有实数根. $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$ 当$b^2-4ac<0$时，$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}<0$，x取任何实数都不能使$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2<0$,因此方程无实数根.
	引入新知	一般地，式子b^2-4ac叫做一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$　根的判别式，通常用希腊字母“Δ”表示它，即$\Delta=b^2-4ac$. 归纳 当$b^2-4ac\geq 0$时，方程有实数根; 当$b^2-4ac<0$时，方程没有实数根. 同学们，我们可以通过$\Delta=b^2-4ac$的值，判断一元二次方

		程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 是否存在实数根，那么在存在实数根的情况下，我们还能判断出实数根的什么情况呢？为了一探究竟，我们继续观察一元二次方程的求根公式. 当 $b^2-4ac>0$ 时，$\frac{b^2-4ac}{4a^2}>0$. $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$.，方程有两个不相等的实数根： $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. $b^2-4ac=0$ 时，$\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$. $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$.方程有两个相等的实数根：$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$. 由上可知，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 根的情况为： 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，方程有两个不相等的实数根； 当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相等的实数根； 当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，方程无实数根.
	例题	例 1 不求出一元二次方程的根，判断下列方程根的情况. （1）$2x^2-5x+1=0$； （2）$-2x^2+x=3x-1$； （3）$x+2=(\mathrm{x}-2)(2x-1)-\frac{9}{2}$； （4）$x^2+2\sqrt{2}x+6=0$. 解：（1）a=2 ， b=-5 ， c=1. 代入计算，得 $\Delta=b^2-4ac=25-4\times 2\times 1=17>0$. 此一元二次方程有两个不等实数根. （2）先化方程为 $2x^2+2x-1=0$.

a=2 ， b=2 ， c=-1.

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4 \times 2 \times 1 = 12 > 0$.

此一元二次方程有两个不等实数根.

不解方程，判断一元二次方程根的情况的一般步骤：

（1）化一元二次方程为一般形式 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$;

（2）确定方程各项系数 a，b 及常数项 c 的值；

（3）将 a，b，c 的值代入判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 求值；

（4）根据 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值 ，判别方程根的情况.

例 1（3）先化成一般式 $4x^2 - 12x + 9 = 0$.

a=4 ， b=-12 ， c=9.

$\Delta = b^2 - 4ac = 144 - 144 = 0$.

此一元二次方程有两个相等实数根.

（4）a=1 ， b= $2\sqrt{2}$ ， c=6 .

$\Delta = b^2 - 4ac = 8 - 4 \times 6 = -16 < 0$.

此一元二次方程无实数根.

例 2 在不解方程的情况下，判断下列关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (2m+1)x + 2 = 0\ (m \neq 0)$ 根的情况.

解： a=m ， b=-（2m+1）， c=2.

$\Delta = b^2 - 4ac = [-(2\mathrm{m}+1)]^2 - 4 \times m \times 2 = (2\mathrm{m}+1)^2 - 8m$

$= 4m^2 + 4m + 1 - 8m, = 4m^2 - 4m + 1$

$= (2m-1)^2 \geq 0$.

所以方程 $mx^2 - (2m+1)x + 2 = 0\ (m \neq 0)$ 有实数根.

例 3：在不解方程的情况下，判断下列关于 x 的方程 $x^2 - (m+2)x + m = 0$ 根的情况.

		解： a=1 ， b=-（m+2)， c=m. $\Delta=b^2-4ac=[-(\mathrm{m}+2)]^2-4\times1\times m=(\mathrm{m}+2)^2-4m$ $=m^2+4m+4-4m$ $=m^2+4$. 因为$m^2\geq0$， 所以 $m^2+4>0$. 此一元二次方程有两个不相等的实数根. 我们发现无论能否求出判别式的值，我们只要能判断它的正负性就可以判断出这个一元二次方程根的情况了. 例 4 求证：不论 k 取何实数，关于 x 的一元二次方程 $x^2+(k-1)x+k-3=0$总有两个不相等的实数根. 证明 ： $a=1$ $b=k-1$ $c=k-3$ $\Delta=b^2-4ac=(k-1)^2-4\times1\times(k-3)$ $=k^2-2k+1-4k+12$ $=k^2-6k+13$ 把 13 拆成 9 和 4， $=k^2-6k+9+4$ k^2-6k+9配成完全平方 $=(k-3)^2+4.$ 因为$(k-3)^2\geq0,$ 所以$(k-3)^2+4>0.$ ∴此一元二次方程有两个不相等的实数根.
	总结	本节课我们学习了两个内容，一个是一元二次方程方程根的判别式的定义，另一个是通过计算判别式的正负性判断一元二次方程根的情况. 1. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$根的判别式的定义.

		2. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 根的情况 当$\Delta=b^2-4ac>0$时，方程有两个不等实数根； 当$\Delta=b^2-4ac=0$时，方程有两个相等实数根； 当$\Delta=b^2-4ac<0$时，方程无实数根. 前两种情况我们也可概况为 当$\Delta=b^2-4ac\geq 0$时，方程有两个实数根或方程有实数根；
	作业	1. 利用判别式判断下列方程的根的情况. (1) $2x^2-3x-\frac{3}{2}=0$,　(2) $16x^2-24x+\frac{9}{2}=0$, (3) $x^2-4\sqrt{2}x+9=0$,　(4) $3x^2+10=2x^2+8x$. 2. 在不解方程的情况下，判断下列关于 x 的一元二次方程 $x^2-4ax+3a^2=0$ 根的情况. 3：求证：不论 m 取何实数，关于 x 的方程 $x^2-(2m+1)x+2m=0$ 总有实数根.