

| 课程基本信息                                                                   |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
|--------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|-----|----|------|
| 课例编号                                                                     | 2020QJ09SXRJ005                                          | 学科                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 数学 | 年级 | 九年级 | 学期 | 第一学期 |
| 课题                                                                       | 21.2.2 公式法 (1)                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| 教科书                                                                      | 书名:《义务教育教科书•数学 (九年级上册)》<br>出版社: 人民教育出版社 出版日期: 2019 年 7 月 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| 教学人员                                                                     |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
|                                                                          | 姓名                                                       | 单位                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |    |    |     |    |      |
| 授课教师                                                                     | 孙 涵                                                      | 北京市第八中学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |     |    |      |
| 指导教师                                                                     | 古跃凤                                                      | 北京市第八中学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |    |     |    |      |
| 教学目标                                                                     |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| <b>教学目标:</b> 了解一元二次方程的求根公式的推导过程, 加深对求根公式的认识的同时, 培养学生的运算能力, 推理能力和分类讨论的意识. |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| <b>教学重点:</b> 一元二次方程求根公式的推导.                                              |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| <b>教学难点:</b> 用配方法解字母系数的一元二次方程.                                           |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| 教学过程                                                                     |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |    |     |    |      |
| 时间                                                                       | 教学环节                                                     | 主要师生活动                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |    |     |    |      |
|                                                                          | 复习回顾                                                     | <p><b>问题 1</b> 在前面的学习中, 学过哪些解一元二次方程的方法?</p> <div><div>直接开平方法</div><div>转化</div><div>配方法</div></div> <div><div></div><div><math>(x+m)^2=n</math></div><div></div></div> <p><b>问题 2</b> 你能用配方法解方程 <math>5x^2-3x=x+1</math> 吗?</p> <p>解: 方程化为 <math>5x^2-4x-1=0</math>.</p> <p>移项 得 <math>5x^2-4x=1</math>.</p> <p>二次项系数化为 1 得 <math>x^2-\frac{4}{5}x=\frac{1}{5}</math>.</p> <p>配方, 得 <math>x^2-\frac{4}{5}x+(-\frac{2}{5})^2=\frac{1}{5}+(-\frac{2}{5})^2</math>,</p> <p><math>(x-\frac{2}{5})^2=\frac{9}{25}</math>.</p> <p>由此可得 <math>x-\frac{2}{5}=\pm\frac{3}{5}</math>,</p> <p><math>x_1=1, x_2=-\frac{1}{5}</math>.</p> |    |    |     |    |      |

探究新知

问题3 你能否也用配方法得出关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的解吗?

要解决这个问题, 将 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$



转化为 $(x+m)^2=n$ 的形式.

怎么转化呢? 同学们根据配方法解一元二次方程的经验

解: 移项, 得 $ax^2+bx=-c$ .

因为 $a\neq 0$ , 根据等式性质, 方程两边同时除以 $a$ ,

二次项系数化为1, 得 $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ .

当二次项系数为1时, 配多少? 配方的关键步骤是“方程两边加一次项系数一

半的平方”, 这里一次项系数是 $+\frac{b}{a}$ , 它的一半是 $\frac{b}{2a}$ , 一半的平方 $(\frac{b}{2a})^2$ 所

以方程两边加一次项系数一半的平方即 $+(\frac{b}{2a})^2$ .

配方, 得,  $x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$ ,

方程右边是分式异分母的加法运算, 先通分,  $-\frac{c}{a}$ 的分子、分母需同时乘以

$4a(a\neq 0)$ , 化成同分母的加法, 得到 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

即 $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

$(x+m)^2=n$   
 $n\geq 0$ , 有两个实数根;  
 $n<0$ , 方程无实根.

因为 $a\neq 0$ , 分母 $4a^2>0$ .

分子 $b^2-4ac$ 的值有三种情况: 大于零, 等于零, 小于零.

当 $b^2-4ac>0$ 时, 则 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}>0$ .

当 $b^2-4ac=0$ 时, 则 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$ .

当 $b^2-4ac<0$ 时, 则 $\frac{b^2-4ac}{4a^2}<0$ .

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

(1) 当  $b^2 - 4ac > 0$  时, 这时  $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} > 0$ .

$$\text{由此可得 } x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}.$$

$$\text{根据二次根式得除法法则, 得 } x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}.$$

$$\text{由 } \sqrt{a^2} = |a| \text{ 的性质, 得 } x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|2a|}.$$

$$\text{去绝对值, 得 } x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\pm 2a}.$$

$$\text{整理得 } x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\text{移项、合并同类项, 得 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(2) 当  $b^2 - 4ac = 0$  这时  $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$ .

方程有两个相等实数根

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}.$$

(3) 当  $b^2 - 4ac < 0$ , 这时  $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < 0$ , 方程无实数根.

总结: 关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

$$\text{当 } b^2 - 4ac > 0 \text{ 时, 则 } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\text{当 } b^2 - 4ac = 0 \text{ 时, 则 } x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a};$$

当  $b^2 - 4ac < 0$  时, 方程无实数根.

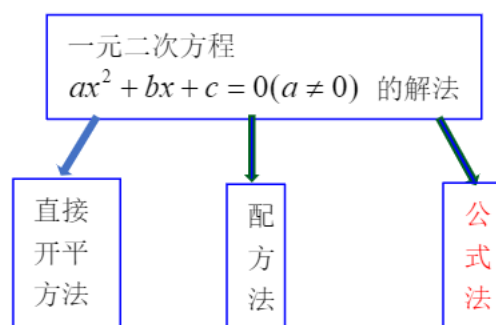
可见, 式子  $b^2 - 4ac$  决定了一元二次方程根的情况. 当  $b^2 - 4ac > 0$  及

$b^2 - 4ac = 0$  时, 可以由  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  求方程两实根.

所以将  $b^2 - 4ac \geq 0$  时,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  叫做一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的求根公式.

解一元二次方程时, 把各系数直接代入求根公式, 这种解一元二次方程的方法叫做公式法.



例 用公式法解方程  $5x^2 - 3x = x + 1$ .

解: 方程化为  $5x^2 - 4x - 1 = 0$ .

$$a = 5, b = -4, c = -1.$$

$$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 36 > 0.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \times 5} = \frac{4 \pm 6}{10},$$

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{5}.$$

用公式法解一元二次方程的步骤:

- (1) 化 “一般形式”.
- (2) 确定  $a, b, c$  (注意符号).
- (3) 计算  $b^2 - 4ac$  的值.
- (4) 当  $b^2 - 4ac \geq 0$  代入公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ;  
当  $b^2 - 4ac < 0$  方程无实数根.
- (5) 结果化成最简形式.

问题 4 通过以上两种方法解一元二次方程, 你能体会为什么学习公式法吗?

巩固落实

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>通过观察、比较不难发现：</p> <p>①利用配方法可以推导出求根公式，配方是推导求根公式的中间过程；</p> <p>②公式法则省去了配方的中间过程，直接利用了配方的结果；</p> <p>③公式法的优点是操作简单，直接计算，是解一元二次方程的通法.</p> <p>5 课堂小结</p> <p>①推导----用配方法解字母系数的一元二次方程，推导出求根公式.</p> <p>②发现----在推导求根公式的过程中发现式子 <math>b^2 - 4ac</math> 对一元二次方程的根的情况的重要作用. 可以由 <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> 求出一元二次方程的实数根.</p> <p>③结论----得出一个关于一元二次方程的一般结论： <math>b^2 - 4ac \geq 0</math> 时，求根公式 <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> .</p> <p>④应用----求根公式是一元二次方程有根的情况下，所以用公式时，首先二次项系数 <math>a \neq 0</math>，其次 <math>b^2 - 4ac \geq 0</math> 的条件下，才可以用公式求方程的根.</p> <p>课后练习</p> <p>用公式解下列一元二次方程：</p> <p>布置作业</p> <p>(1) <math>2x^2 + 3x - 3 = 0</math> ; (2) <math>x^2 + 5x + 7 = 3x + 11</math>.</p> |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|