

国家中小学课程资源

第八章 实数

8.2 立方根

第 2 课时

年 级：七年级

主讲人：王 猛

学 科：数学（人教版）

学 校：北京大学附属中学



新知探究

探究 1 计算 $\sqrt[3]{8}$ 和 $\sqrt[3]{-8}$ ，它们有什么关系？ $\sqrt[3]{27}$ 和 $\sqrt[3]{-27}$ 呢？

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{8} &= 2 \\ \sqrt[3]{-8} &= -2\end{aligned}$$



互为相反数

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{27} &= 3 \\ \sqrt[3]{-27} &= -3\end{aligned}$$



互为相反数

你从这两组求值中发现了什么规律？

互为相反数的两个数的立方根也互为相反数。

你能用符号语言表达这个规律吗？

$$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}.$$

例题精讲

例 求下列各式的值：

$$(1) \sqrt[3]{-512}; \quad (2) -\sqrt[3]{-0.001}; \quad (3) \sqrt[3]{-4^3}.$$

解： (1) $\sqrt[3]{-512} = -\sqrt[3]{512} = -8;$

$$(2) -\sqrt[3]{-0.001} = \sqrt[3]{0.001} = 0.1;$$

$$(3) \sqrt[3]{-4^3} = -\sqrt[3]{4^3} = -4.$$



新知探究

问题 1 $\sqrt[3]{2}$ 的结果是多少呢？观察下面表格。

a	1	1.728	1.953 125	...	2	...	2.000 376	2.197	8
$\sqrt[3]{a}$	1	1.2	1.25	...	$\sqrt[3]{2}$	...	1.26	1.3	2

你能发现什么规律？

被开方数越大，对应的立方根也越大。

你能估算出 $\sqrt[3]{2}$ 的大小吗？

观察表格能够发现： $\sqrt[3]{2}$ 在 1.25 和 1.26 之间，如此进行下去，我们可以得到 $\sqrt[3]{2}$ 的更精确的估计范围。

问题 1 $\sqrt[3]{2}$ 的结果是多少呢？观察下面表格。

a	1	1.728	1.953 125	...	2	...	2.000 376	2.197	8
$\sqrt[3]{a}$	1	1.2	1.25	...	$\sqrt[3]{2}$	...	1.26	1.3	2

$\sqrt[3]{2}$ 的更精确近似值是个什么数呢？

不断精确后，我们可以发现 $\sqrt[3]{2} = 1.259\ 921\ 049\ 894\ 87\cdots$ 。

实际上， $\sqrt[3]{2}$ 是一个无限不循环小数，类似的还很有多有理数的立方根（如 $\sqrt[3]{3}$ ， $\sqrt[3]{4}$ 等）也是无限不循环小数，我们可以用计算器计算并用有理数近似地表示它们。

问题 2 如何利用计算器计算一个数的立方根呢？用计算器求下列各式的值：

(1) $\sqrt[3]{2\,197}$ ； (2) $\sqrt[3]{3}$ (结果保留小数点后三位)。

解：(1) 用带符号键 $\sqrt[3]{\square}$ 的计算器，只需依次按键 $\sqrt[3]{\square} 2 1 9 7 =$ ，显示：13，所以 $\sqrt[3]{2\,197} = 13$ ；

(2) 用带符号键 $\sqrt[3]{\square}$ 的计算器，只需依次按键 $\sqrt[3]{\square} 3 =$ ，显示 $\sqrt[3]{3}$ 的近似值：1.442 249 570，所以 $\sqrt[3]{3} \approx 1.442$ 。

使用计算器时需注意：不同品牌的计算器，按键顺序可能有所不同。

探究 2 用计算器计算下表中的立方根，并将计算结果填在表中。

...	$\sqrt[3]{0.000\ 216}$	$\sqrt[3]{0.216}$	$\sqrt[3]{216}$	$\sqrt[3]{216\ 000}$	...
...	0.06	0.6	6	60	...

你能发现什么规律？

被开方数的小数点向右或向左移动 3 位，它的立方根的小数点相应地向右或向左移动 1 位。

用计算器计算 $\sqrt[3]{100}$ （结果保留小数点后三位），并利用你发现的规律求出 $\sqrt[3]{0.1}$ ， $\sqrt[3]{0.000\ 1}$ ， $\sqrt[3]{100\ 000}$ 的近似值。

使用计算器可得 $\sqrt[3]{100} \approx 4.642$ 。

根据发现的规律可得：

$\sqrt[3]{0.1}$	$\sqrt[3]{0.000\ 1}$	$\sqrt[3]{100\ 000}$
0.464 2	0.046 42	46.42

课堂练习

1. 求下列各式的值：

$$(1) \sqrt[3]{0.027} ;$$

$$(2) \sqrt[3]{(-7)^3} ;$$

$$(3) \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} .$$

解： (1) $\sqrt[3]{0.027}=0.3;$

$$(2) \sqrt[3]{(-7)^3}=-7;$$

$$(3) \sqrt[3]{-\frac{8}{27}}=-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=-\frac{2}{3}.$$

2. 用计算器求下列各式的值：

(1) $\sqrt[3]{6\,859}$;

(2) $\sqrt[3]{68\,921}$;

(3) $\sqrt[3]{0.028\,092}$ (结果保留小数点后三位) .

解：(1) 用带符号键 $\sqrt[3]{\square}$ 的计算器，只需依次按键 $\sqrt[3]{\square} 6 8 5 9 \equiv$ ，
显示：19，所以 $\sqrt[3]{6\,859}=19$;

(2) 用带符号键 $\sqrt[3]{\square}$ 的计算器，只需依次按键 $\sqrt[3]{\square} 6 8 9 2 1 \equiv$ ，
显示：41，所以 $\sqrt[3]{68\,921}=41$;

2. 用计算器求下列各式的值：

(1) $\sqrt[3]{6\,859}$;

(2) $\sqrt[3]{68\,921}$;

(3) $\sqrt[3]{0.028\,092}$ (结果保留小数点后三位) .

解：(3) 用带符号键 $\sqrt[3]{\square}$ 的计算器，只需依次按键 $\sqrt[3]{\square}$ 0 . 0 2 8 0 9 2 $\equiv$ ，

显示 $\sqrt[3]{0.028\,092}$ 的近似值：0.3039911124，

所以 $\sqrt[3]{0.028\,092} \approx 0.304$.

3. 下列各数分别介于哪两个相邻的整数之间？

$$(1) \sqrt[3]{7}; \quad (2) \sqrt[3]{99}; \quad (3) \sqrt[3]{635}; \quad (4) \sqrt[3]{-28}.$$

解：（1）因为 $\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8}$ ，即 $1 < \sqrt[3]{7} < 2$ ，

所以 $\sqrt[3]{7}$ 介于 1 和 2 之间；

（2）因为 $\sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{99} < \sqrt[3]{125}$ ，即 $4 < \sqrt[3]{99} < 5$ ，

所以 $\sqrt[3]{99}$ 介于 4 和 5 之间；

3. 下列各数分别介于哪两个相邻的整数之间？

(1) $\sqrt[3]{7}$; (2) $\sqrt[3]{99}$; (3) $\sqrt[3]{635}$; (4) $\sqrt[3]{-28}$.

解： (3) 因为 $\sqrt[3]{512} < \sqrt[3]{635} < \sqrt[3]{729}$, 即 $8 < \sqrt[3]{635} < 9$,

所以 $\sqrt[3]{635}$ 介于 8 和 9 之间；

(4) 因为 $\sqrt[3]{-64} < \sqrt[3]{-28} < \sqrt[3]{-27}$, 即 $-4 < \sqrt[3]{-28} < -3$,

所以 $\sqrt[3]{-28}$ 介于 -4 和 -3 之间.



课堂小结

请同学们回顾本节课所学内容，思考下面的问题并回答：

1. 互为相反数的两个数的立方根的关系是什么？

互为相反数的两个数的立方根也互为相反数，即 $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$.

2. 被开方数的小数点移动与它的立方根的小数点移动之间的规律是什么？

被开方数的小数点向右或向左移动 3 位，它的立方根的小数点相应地向右或向左移动 1 位.

请同学们回顾本节课所学内容，思考下面的问题并回答：

3. 如何用计算器进行开立方运算？

使用 $\sqrt[3]{\square}$ 键，按正确的顺序依次按键即可，不同品牌的计算器，按键顺序可能有所不同。



课后任务

教科书第 51 页习题 8.2 第 1, 2, 3 题.

国家中小学课程资源

第八章 实数

8.2 立方根

第 2 课时

制作单位：人民教育出版社

