

国家中小学课程资源

22.1.1二次函数

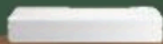
年 级：九年级

主讲人：车思杨

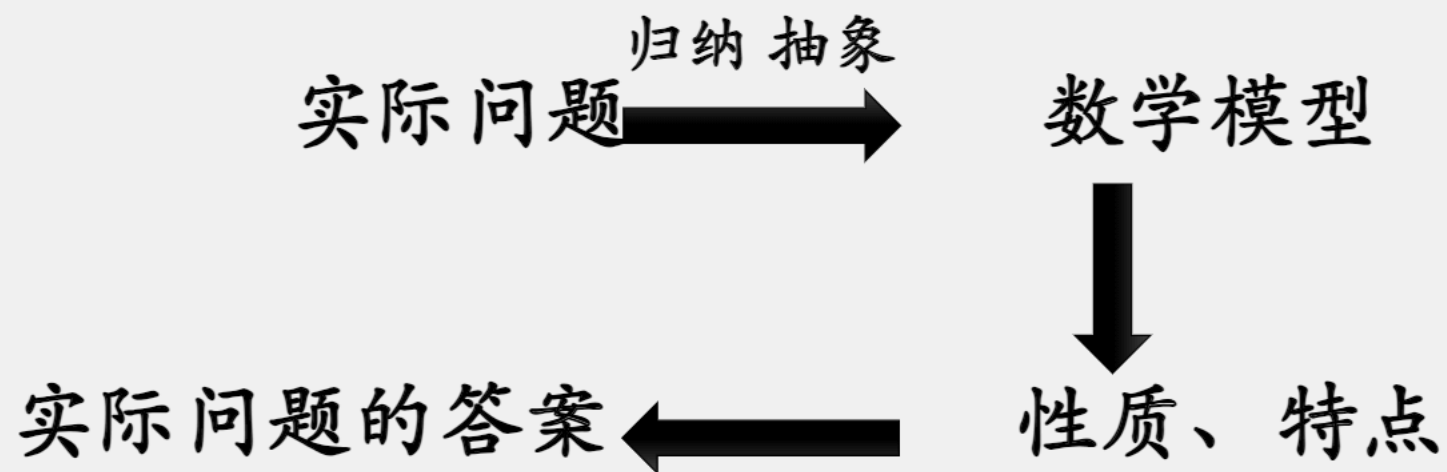
学 科：数学（人教版）

学 校：北京师范大学

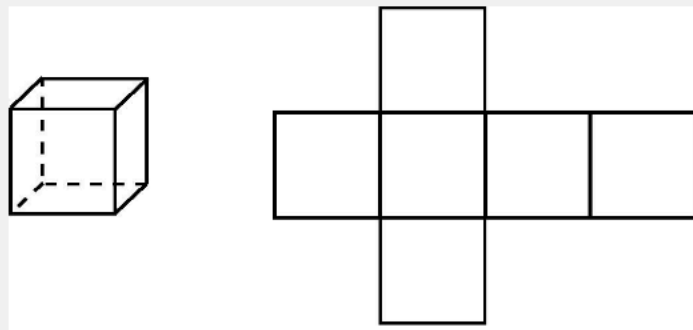
实验二龙路中学





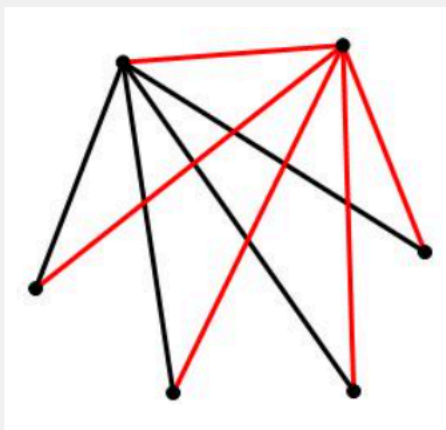


问题1 正方体的六个面是全等的正方形
(如图), 设正方体的棱长为 x , 表面积为 y .



$$y=6x^2$$

问题2 n 个球队参加比赛，每两队之间进行一场比赛.比赛的场次数 m 与球队数 n 有什么关系？



$$m = \frac{1}{2}n(n-1)$$
$$\text{即 } m = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

问题3 某种产品现在的年产量是20 t，计划今后两年增加产量．如果每年都比上一年的产量增加 x 倍，那么两年后这种产品的产量 y 与 x 之间的关系应怎样表示？

一年后的产量 $20(1+x)$

两年后的产量 $y=20(1+x)^2$ ，

即 $y=20x^2+40x+20$ ．

观察上面三个问题中的关系式，你发现它们之间的共同点了吗？

$$y=6x^2$$

$$m=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n$$

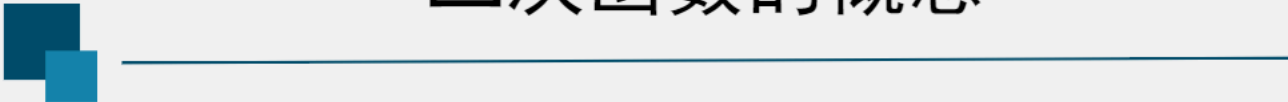
$$y=20x^2+40x+20$$

观察上面三个问题中的关系式，你发现它们之间的共同点了吗？

$$y=6x^2$$

$$m=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n$$

$$y=20x^2+40x+20$$



二次函数的概念

二次函数

二次函数的概念



二次函数



(一元) 二次方程?

二次函数的概念



二次函数



(一元) 二次方程?

二次函数的概念



二次函数



(一元) 二次方程?

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$



一次函数?

$$y = kx + b$$

(k, b 是常数, $k \neq 0$)



二次函数的概念

一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$ （ a, b, c 是常数， $a \neq 0$ ）的函数，叫做二次函数。

其中， x 是自变量， a, b, c 分别是函数解析式的二次项系数、一次项系数和常数项。



二次函数的概念

一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$ （ a, b, c 是常数， $a \neq 0$ ）的函数，叫做二次函数。

其中， x 是自变量， a, b, c 分别是函数解析式的二次项系数、一次项系数和常数项。



二次函数的概念

一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$ （ a, b, c 是常数， $a \neq 0$ ）的函数，叫做二次函数。

其中， x 是自变量， a, b, c 分别是函数解析式的二次项系数、一次项系数和常数项。

例题与练习

例1 判断下列函数中哪些是二次函数？若是二次函数，请指出二次项系数、一次项系数和常数项。

(1) $y=2x-3$ ； 自变量的最高次数是1， $\therefore$ 不是

(2) $y=-5x^2$ ； 自变量的最高次数是2， $\therefore$ 是

(3) $y=7a^3+2a^2$ ； 自变量的最高次数是3， $\therefore$ 不是

(4) $y=ax^2$ ； $a \neq 0$ 时才是二次函数， $\therefore$ 不是

(5) $y = x^2 + \frac{1}{x}$; $\frac{1}{x}$ 不是整式, $\therefore$ 不是

(6) $y = (2x+1)^2 - 6x$;

整理得 $y = 4x^2 - 2x + 1$, $\therefore$ 是

(7) $y = \pi^2 + 3x$;

π^2 是常数项, 自变量最高次是1次, $\therefore$ 不是

(8) $y = -1 - \sqrt{3}x^2$. 自变量最高次是2次, $\therefore$ 是

函数	二次项系数	一次项系数	常数项
(2) $y = -5x^2$	-5	0	0
(6) $y = (2x+1)^2 - 6x$ $= 4x^2 - 2x + 1$	4	-2	1
(8) $y = -1 - \sqrt{3}x^2$ $= -\sqrt{3}x^2 - 1$	$-\sqrt{3}$	0	-1

例2 (1) $y=(k-4)x^2+2x$ 是二次函数, 求 k 的取值范围.

$$\begin{aligned}\text{解:} \quad & \because k-4 \neq 0, \\ & \therefore k \neq 4.\end{aligned}$$

(2) $y=-3x^{m-5}+x-4$ 是二次函数, 求 m 的值.

$$\begin{aligned}\text{解:} \quad & \because m-5=2, \\ & \therefore m=7.\end{aligned}$$

(3) $y=(m-2)x^{m^2-2}+4$ 是二次函数, 求 m 的取值范围和函数解析式.

$$\text{解: } \begin{cases} m-2 \neq 0, \\ m^2-2=2. \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} m \neq 2, \\ m=\pm 2. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{也即 } m=-2, \\ \text{此时 } y=-4x^2+4. \end{array}$$

(4) $y=(a-b)x^3+2x^2+2$ 是 y 关于 x 的二次函数, 求 a, b 的关系.

解: 由 $a-b=0$, 得 $a=b$.

例3 计算求值与解方程

从地面向上抛一个小球，小球的飞行高度 $y(\text{m})$ 与飞行时间 $t(\text{s})$ 之间的关系式为 $y=20t-5t^2$.

(1) 抛出小球2s后，小球的飞行高度是多少？

$$y=20 \times 2 - 5 \times 2^2 = 40 - 20 = 20,$$

抛出小球2s后，小球的飞行高度是20m.

例3 计算求值与解方程

从地面向上抛一个小球，小球的飞行高度 $y(\text{m})$ 与飞行时间 $t(\text{s})$ 之间的关系式为 $y=20t-5t^2$.

(2) 小球飞行多长时间后，飞行高度是15米？

解方程

$$20t - 5t^2 = 15,$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0,$$

$$t_1 = 1, t_2 = 3.$$

小球飞行1s和3s时，飞行高度是15米.

例3 计算求值与解方程

从地面向上抛一个小球，小球的飞行高度 $y(\text{m})$ 与飞行时间 $t(\text{s})$ 之间的关系式为 $y=20t-5t^2$.

(3)小球的飞行高度可否到达25米？

解方程

$$20t - 5t^2 = 25,$$

$$t^2 - 4t + 5 = 0,$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 5 < 0, \quad t \text{ 无实数解,}$$

小球的飞行高度无法到达25米.

练习 矩形的长为30m，宽为20m，长、宽各增加xm后，

- (1) 写出矩形的面积 y 与 x 的关系式；
- (2) 判断是否为二次函数，若是，写出二次项系数、一次项系数及常数项；
- (3) 求出当长、宽各增加10m时，矩形的面积是多少？

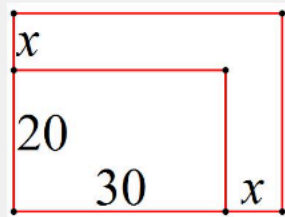
解：(1) $y = (30 + x)(20 + x)$,

$$y = x^2 + 50x + 600.$$

(2) 是；1；50；600.

$$(3) y = (30 + 10) \times (20 + 10) = 40 \times 30 = 1200.$$

当长、宽各增加10m时，矩形的面积是1200m².



小结

一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$ （ a, b, c 是常数， $a \neq 0$ ）的函数，叫做二次函数。

1. 自变量最高次数是二次；
2. 二次项系数 a 不等于0（必须有二次项）；

一次项系数 b 和常数项 c 可以为0（可以没有一次项或常数项）。

小结

确定二次函数的各项系数要注意：

1. 先化简成 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式；
2. 注意各项系数的符号.

关于二次函数的求值问题：

1. 已知自变量 x 的值——直接代入，计算 y 即可；
2. 已知函数 y 的值——代入后得到关于 x 的一元二次方程，解方程求出 x 的值.

布置作业

1. $y=(m^2-9)x^3+(m-3)x^2+2x-5$ 是二次函数.

(1) 求 m 的值和函数解析式;

(2) 指出二次项系数、一次项系数和常数项.

2. 某畅销书现价30元, 月销量200本, 调查发现售价每降低一元, 月销量可以增加20本.

(1) 降价3元时, 销售额是多少?

(2) 写出降 x 元后, 销售额 y 与 x 的关系式.

国家中小学课程资源

同学们，再见！

