

基础教育精品课

二次根式的加减运算

年 级：八年级

主讲人：李瑞杰

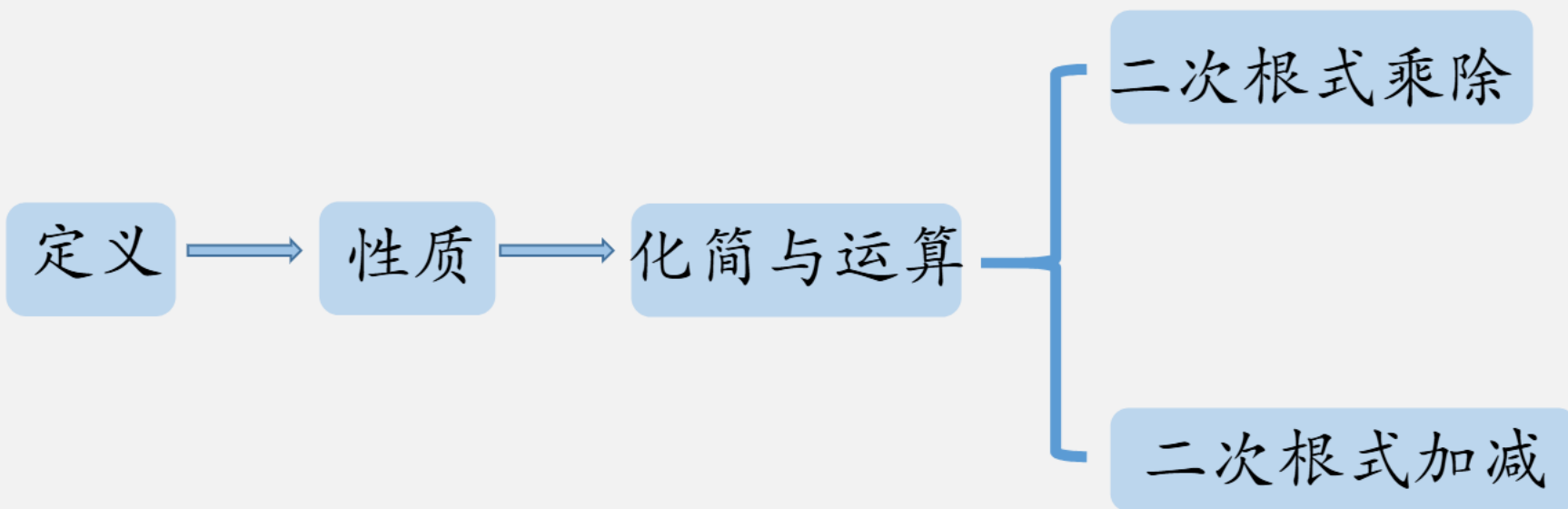
学 科：数学（人教版）

学 校：富锦市三江联合学校



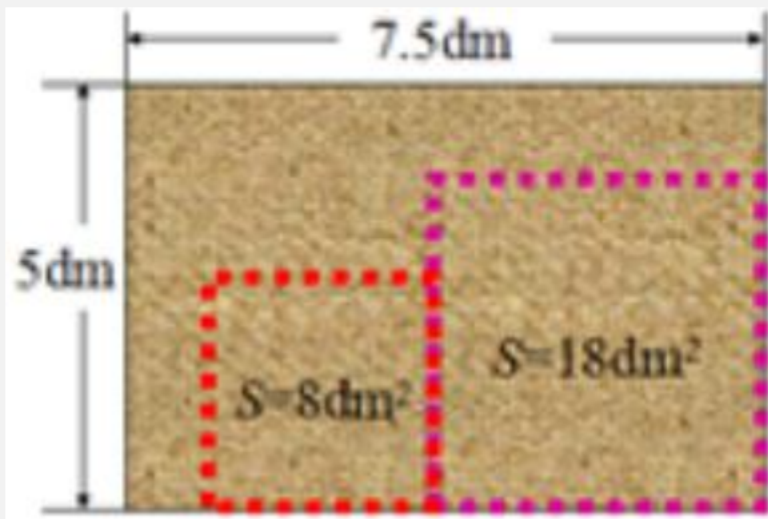
温故知新，引出课题

第十六章 二次根式



创设情境，提出问题

现有一块长7.5dm、宽5dm的木板，能否采用如图的方式，在这块木板上截出两个分别是 8dm^2 和 18dm^2 的正方形木板？



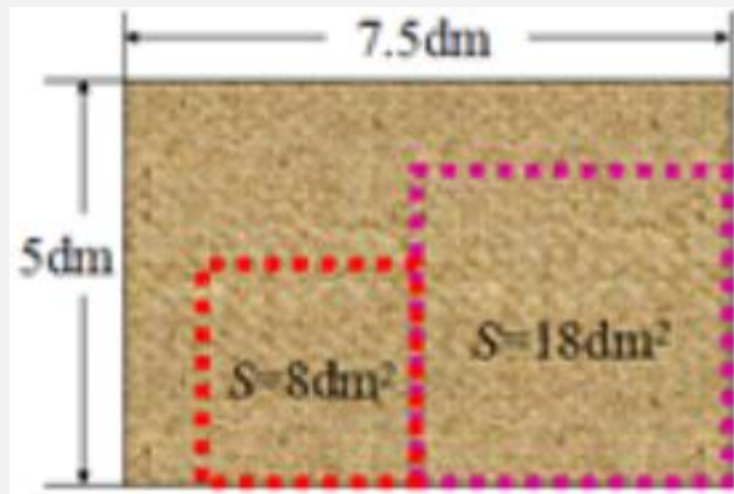
创设情境，提出问题

现有一块长7.5dm、宽5dm的木板，能否采用如图的方式，在这块木板上截出两个分别是 8dm^2 和 18dm^2 的正方形木板？

(1) 直接写出截出的两个正方形的边长： $\sqrt{8}$ (或 $2\sqrt{2}$) dm, $\sqrt{18}$ (或 $3\sqrt{2}$) dm;

(2) 木板是否够宽？ $\sqrt{18} < 5$, 够宽

(3) 木板够长吗？为什么？ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = ?$



类比探究，形成法则

探究一：你能**类比**合并同类项的方法，计算 $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ 吗？并说明算理。

合并同类项

$$\begin{aligned} & 2x + 3x \\ &= (2 + 3)x \\ &= 5x \end{aligned}$$

乘法分配律的逆运算
 $ac + bc = (a + b) \times c$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= (2 + 3)\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

在有理数范围内成立的运算律，在实数范围内仍然成立

乘法分配律
 $(a + b) \times c = ac + bc$

创设情境，提出问题

现有一块长7.5dm、宽5dm的木板，能否采用如图的方式，在这块木板上截出两个分别是 8dm^2 和 18dm^2 的正方形木板？

(1) 直接写出截出的两个正方形的边长： $\sqrt{8}$ (或 $2\sqrt{2}$) dm, $\sqrt{18}$ (或 $3\sqrt{2}$) dm;

(2) 木板是否够宽？ $\sqrt{18} < 5$ ，够宽

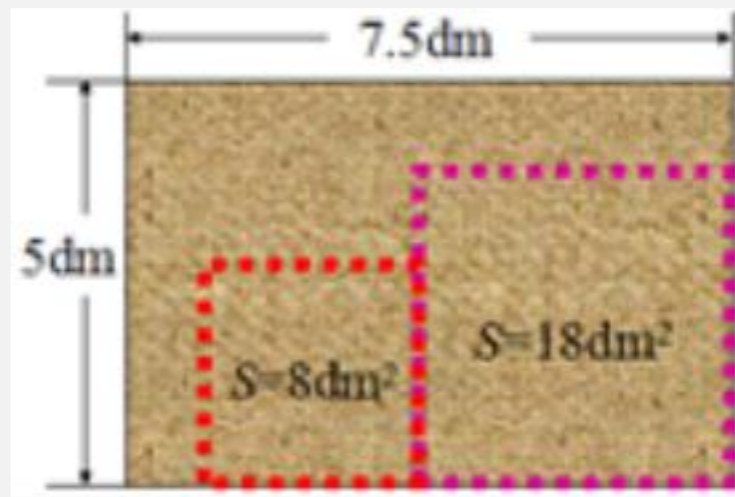
(3) 木板够长吗？为什么？

$$2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} < 1.5$$

$$5\sqrt{2} < 7.5$$

够长



答：能在这块木板上截出两个正方形木板。

类比探究，形成法则

探究二：具备什么特征的二次根式才能合并呢？请你试着举几个例子。

$$5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = (5 - 2)\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

$$\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (1 - 3)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = (1 - \frac{1}{3})\sqrt{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

解

$$\begin{aligned}\sqrt{12} - \sqrt{27} \\&= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\&= (2 - 3)\sqrt{3} \\&= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

先将二次根式化为最简二次根式后，
被开方数相同的二次根式可以进行合并。

典例剖析

例：计算 $\sqrt{\frac{4}{9}a} + \sqrt{\frac{1}{9}a}$ 并说明计算步骤以及为什么这样计算。

$$\text{解：} \sqrt{\frac{4}{9}a} + \sqrt{\frac{1}{9}a} = \frac{2}{3}\sqrt{a} + \frac{1}{3}\sqrt{a} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)\sqrt{a} = \sqrt{a}$$

一化简

步骤：二判断

三合并

化为最简二次根式

用分配律合并

二次根式性质

乘法分配律

二次根式加减运算法则： 二次根式加减时，先将二次根式化成最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并。



学以致用，巩固提高

例1 计算 (1) $\sqrt{80} - \sqrt{45}$

$$\begin{aligned}\text{解 } & \sqrt{80} - \sqrt{45} \\ &= 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

(2) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a}$

$$\begin{aligned}\text{解 } & \sqrt{9a} + \sqrt{25a} \\ &= 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} \\ &= 8\sqrt{a}\end{aligned}$$

学以致用，巩固提高

例2计算 (1) $2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48}$

解 $2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48}$
 $= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$
 $= 14\sqrt{3}$

$$6\sqrt{\frac{1}{3}} = 6 \times \sqrt{\frac{1}{3}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \quad 6\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{6^2 \times \frac{1}{3}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(2) $(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$

解 $(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$
 $= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$
 $= 3\sqrt{3} + \sqrt{5}$

思考：比较二次根式的加减运算与整式的加减运算，你能得出什么结论？



学以致用，巩固提高

练习1 下列计算是否正确？为什么？

$$(1) \sqrt{8} - \sqrt{3} = \sqrt{8-3}$$

×

$$2\sqrt{2} - \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$$

$$(2) \sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{4+9}$$

×

$$2+3 \neq \sqrt{13}$$

$$(3) \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$$

✓

二次根式乘法法则

$$(4) \sqrt{50} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

✓

$$5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

学以致用，巩固提高

练习2 计算

$$(1) 2\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$$

$$-4\sqrt{7}$$

$$(2) \sqrt{80} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{18} + (\sqrt{98} - \sqrt{27})$$

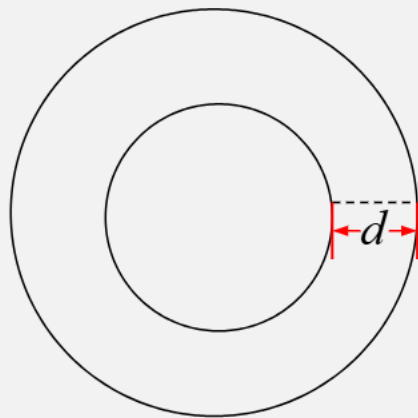
$$10\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$(4) (\sqrt{24} + \sqrt{0.5}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6})$$

$$3\sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

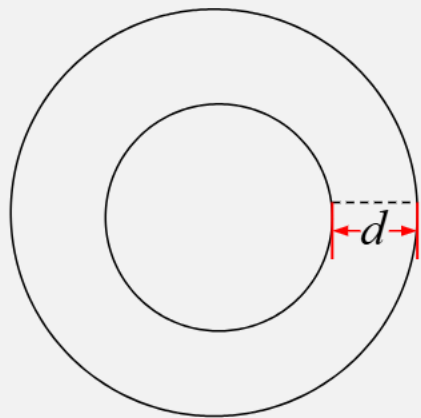
学以致用，巩固提高

练习3 如图，两个圆的圆心相同，它们的面积分别是 8π 和 18π ，则圆环的宽度 d =_____.



学以致用，巩固提高

练习3 如图，两个圆的圆心相同，它们的面积分别是 8π 和 18π ，则圆环的宽度 $d = \underline{\sqrt{2}}$.



解：设大圆和小圆的半径分别为 R, r ，面积分别为 S_1, S_2 ，由 $S_1 = \pi R^2$ ， $S_2 = \pi r^2$

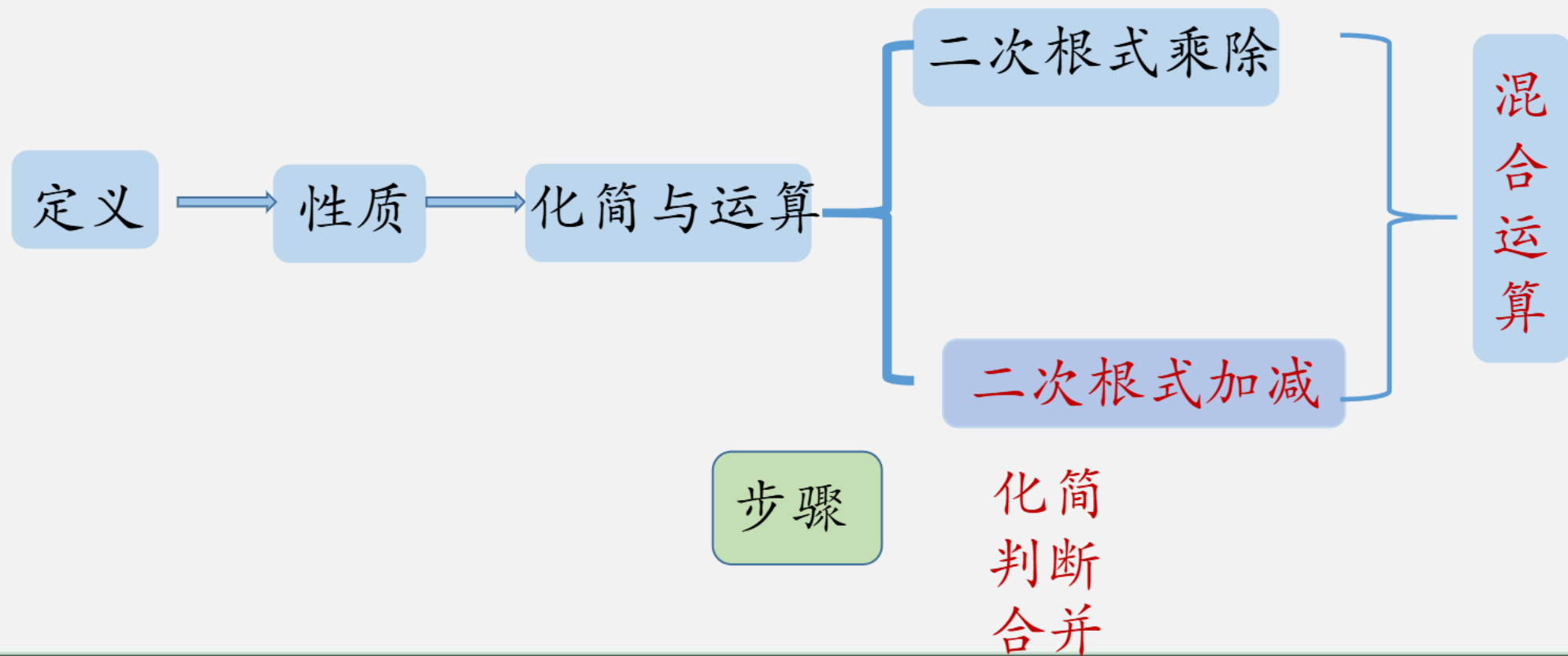
$$\text{则 } R = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}}, \quad r = \sqrt{\frac{S_2}{\pi}}.$$

$$d = R - r = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}} - \sqrt{\frac{S_2}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

课堂小结，总结反思

- (1) 知识 (2) 思想：类比 (3) 有待继续研究？



课后作业

1 基础作业

课本第15页习题16.3的1、2、3、5

2 拓展作业

已知 a, b 都是有理数，现定义新运算： $a*b = \sqrt{a} + 3\sqrt{b}$ ，求 $(2*3) - (27*32)$ 的值.

3 特色作业

有兴趣的同学请结合本节课的学习，写一篇“数与式的加减运算”学习体会的反思性小文章。



教师寄语

以至真至简的赤子之心，寻求志同道合者，
方能砺行致远！

“至真至简”暗指进行二次根式加减运算时，先要把二次根式化为最简，“寻求志同道合者”暗指找到被开方数相同的二次根式，才能进行合并化简达到“砺行致远”！