国家中小学课程资源

22.1.2 二次函数$y = ax^2$的图象和性质（2）

年　级：九年级　　学　科：数学（人教版）

主讲人：陈占美　　学　校：北京师范大学附属实验中学

一、回顾

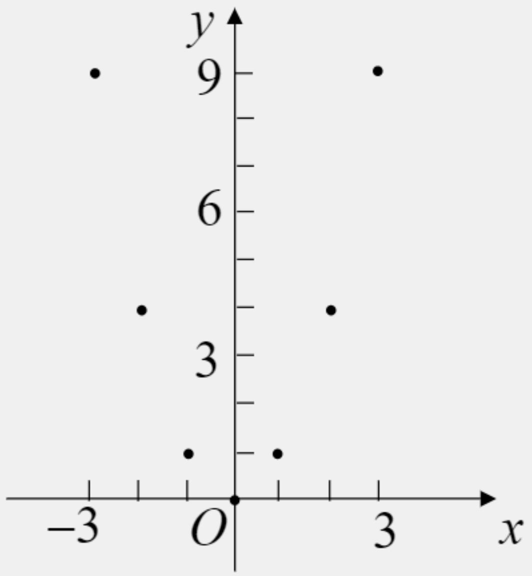
你能画出二次函数$y=x^2$的图象吗?

第一步：列表.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=x^2$	…	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$

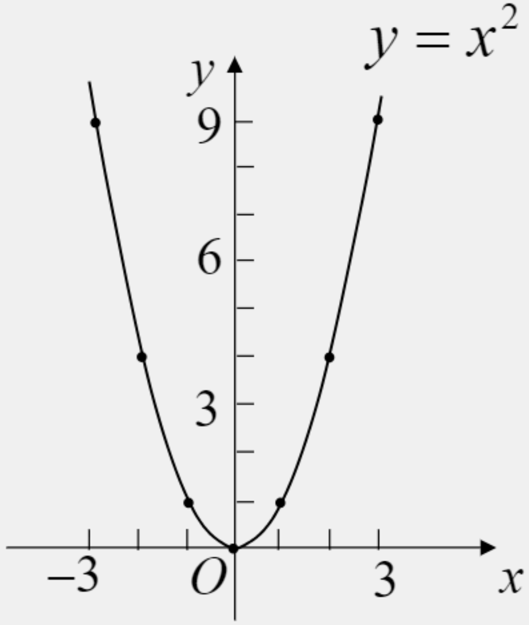
x	…	–3	–2	–1	0	1	2	3	⋯
$y=x^2$	…	9	4	1	0	1	4	9	⋯

第二步：描点.

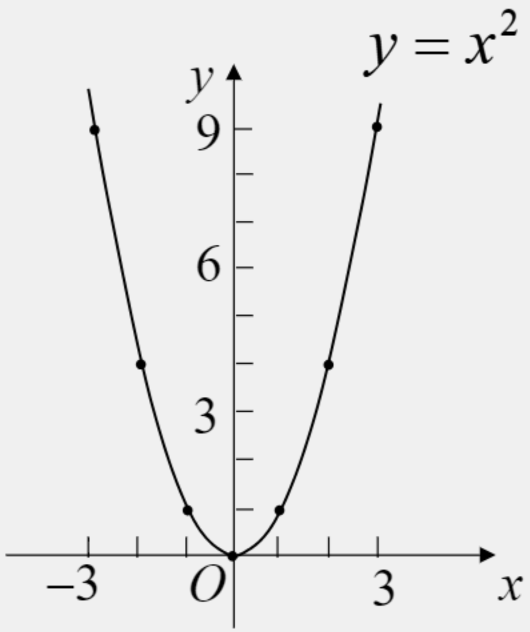


x	…	–3	–2	–1	0	1	2	3	⋯
$y=x^2$	…	9	4	1	0	1	4	9	⋯

第三步：连线.



二次函数$y=x^2$的图象和性质:



开口方向	向上
对称轴	y轴（直线$x=0$）
顶点坐标	$(0, 0)$
最值	当$x=0$时，y有最小值0
增减性	当$x<0$时，y随x的增大而减小； 当$x>0$时，y随x的增大而增大

二、$y=ax^2(a>0)$ 的图象和性质

请在同一直角坐标系中画出二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$ 的图象，并回答下列问题：

1. 函数 $y=\frac{1}{2}x^2, y=2x^2$ 的图象与函数 $y=x^2$ 的图象相比，有什么共同点和不同点?

2. 当 $a>0$ 时，二次函数 $y=ax^2$ 的图象有什么特点?

在同一直角坐标系中画二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2, y=2x^2$ 的图象.

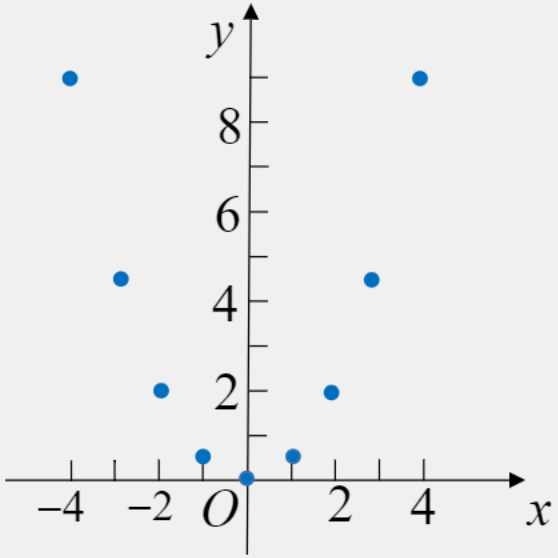
第一步：列表.

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y=\frac{1}{2}x^2$	…	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	…

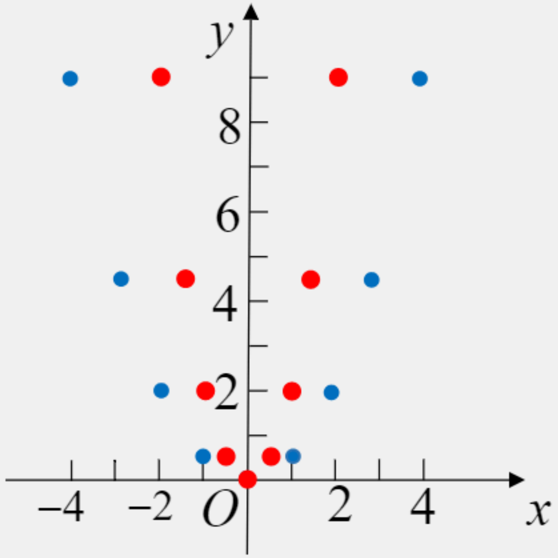
x	…	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	…
$y=2x^2$	…	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	…

第二步：描点.

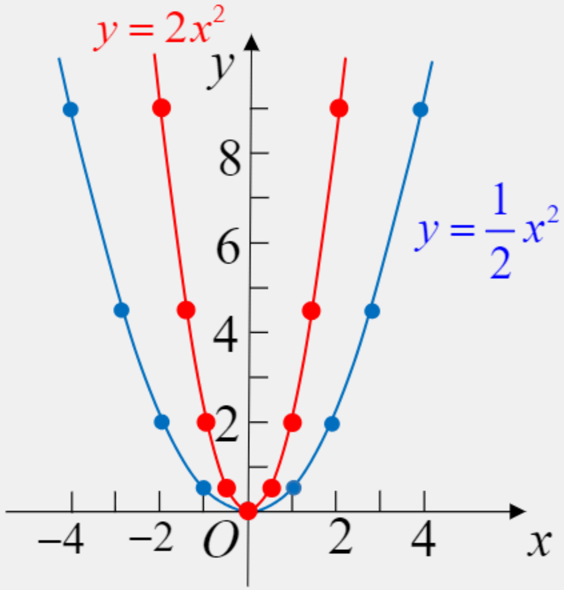
x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y=\frac{1}{2}x^2$	…	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	…



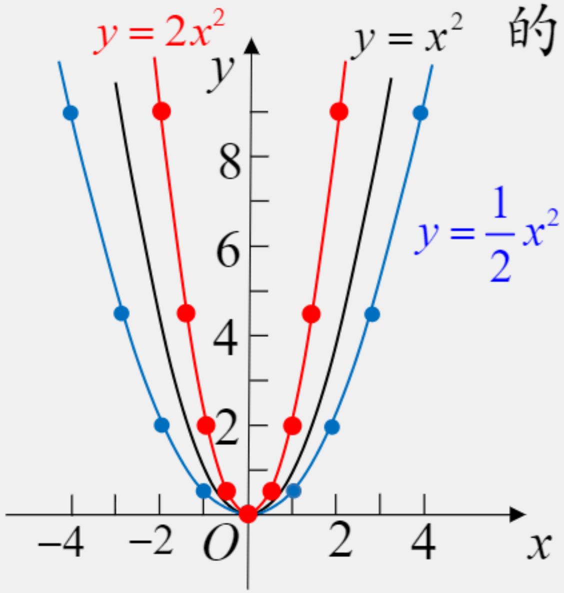
x	…	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	…
$y=2x^2$	…	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	…



第三步：连线.



1. 函数 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=2x^2$ 的图象与函数 $y=x^2$ 的图象相比，有什么共同点和不同点?

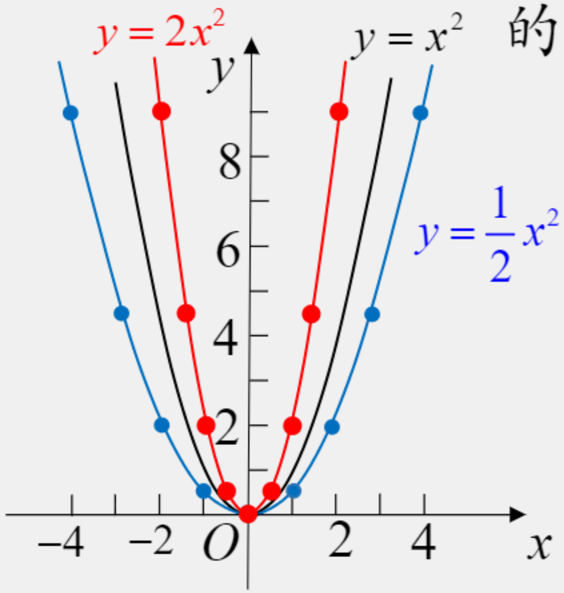


共同点：开口方向向上.

对称轴为y轴.

顶点为原点(0,0)，它是抛物线的最低点.

1. 函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$ 的图象与函数 $y=x^2$ 的图象相比，有什么共同点和不同点？



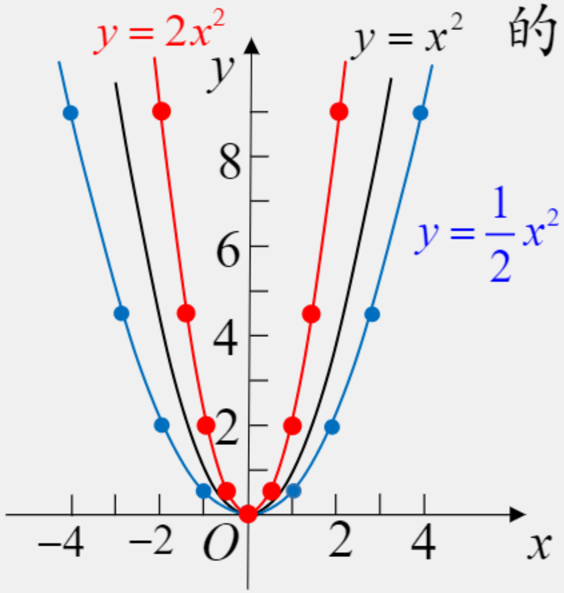
从二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$ 和 $y=x^2$ 的图象可以看出：

当 $x=0$ 时，y 有最小值0.

当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小；

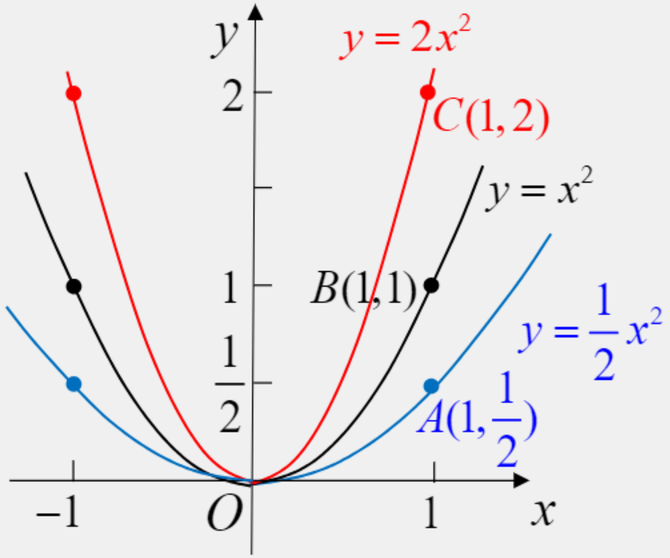
当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

1. 函数 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=2x^2$ 的图象与函数 $y=x^2$ 的图象相比，有什么共同点和不同点？



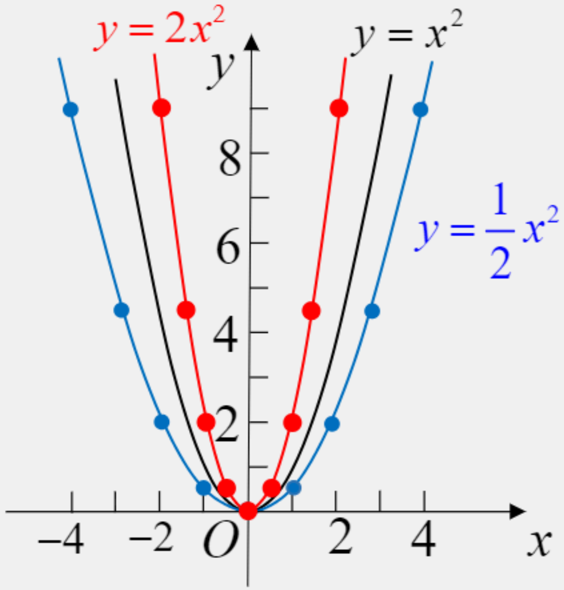
不同点：二次函数的二次项系数不一样，开口大小不一样.

当 $a>0$ 时，抛物线 $y=ax^2$ 的开口大小会随着 a 的变大如何变化？



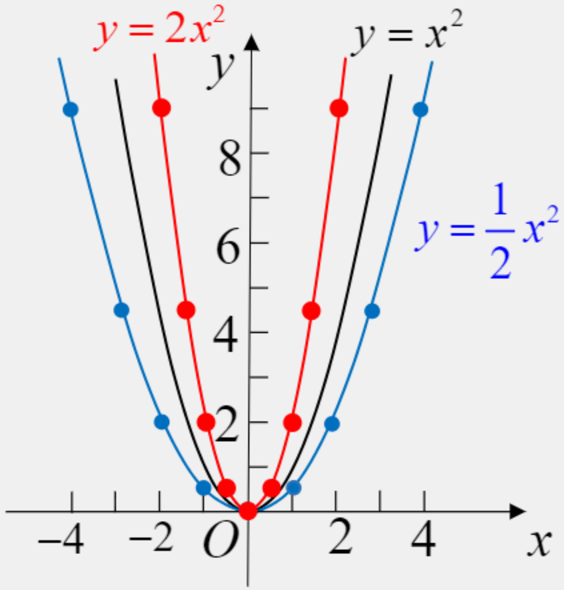
当$a>0$时，抛物线$y=ax^2$的开口变大会随着a的大小如何变化?

点$(1,a)$在抛物线$y=ax^2(a>0)$上，a越大，点$(1,a)$纵坐标越大，在x轴上方到x轴的距离越大，抛物线$y=ax^2(a>0)$开口就越小.



2. 当$a>0$时，二次函数$y=ax^2$的图象有什么特点？

开口方向	向上
对称轴	y轴（直线$x=0$）
顶点坐标	$(0, 0)$ 是最低点
开口大小	a越大，开口越小



最值	当 $x=0$ 时，y 有最小值0
增减性	当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小； 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

三、课堂例题

例 1 抛物线 $y=\frac{5}{6}x^2$ 的开口向__上__，对称轴是__y轴__，顶点坐标是__$(0,0)$__，当__$x<0$__时，y随x的增大而减小.

三、课堂例题

例 2 二次函数 ①$y=3x^2$；②$y=\frac{2}{3}x^2$；③$y=\frac{4}{3}x^2$：将它们的图象开口按从小到大的顺序排列为：①③②.

解析：由二次函数解析式可知，点$(1,3)$在抛物线$y=3x^2$上，点$(1,\frac{2}{3})$在抛物线$y=\frac{2}{3}x^2$上，点$(1,\frac{4}{3})$在抛物线$y=\frac{4}{3}x^2$上.

$\because 3>\frac{4}{3}>\frac{2}{3}$ $\therefore$ 抛物线开口从小到大分别为①③②.

三、课堂例题

例 3 已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$，$B(-\frac{3}{2},y_2)$和 $C(1,y_3)$，则y_1、y_2 和y_3 的大小关系是$\underline{y_1>y_2>y_3}$.

解 $\because$点A，B，C在抛物线$y=ax^2(a>0)$上，

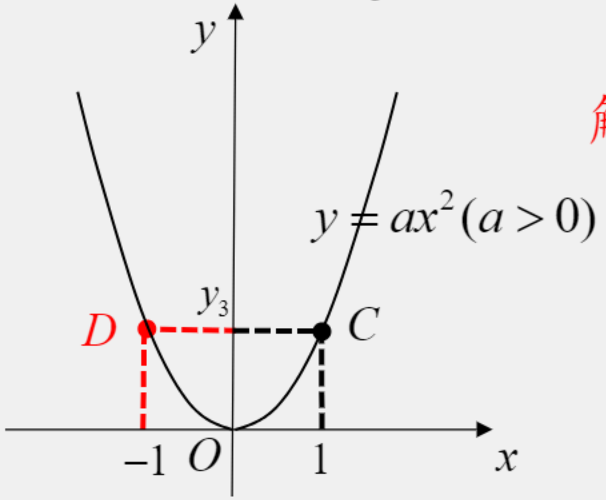
$\therefore\ y_1=4a,\ y_2=\frac{9}{4}a,\ y_3=a.$

$\because a>0,$

$\therefore y_1>y_2>y_3.$

三、课堂例题

例 3 已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$，$B(-\frac{3}{2},y_2)$和 $C(1,y_3)$，则y_1、y_2 和y_3 的大小关系是$\underline{y_1>y_2>y_3}$.



解 $\because$ C关于y轴的对称点为$D(-1,y_3)$，

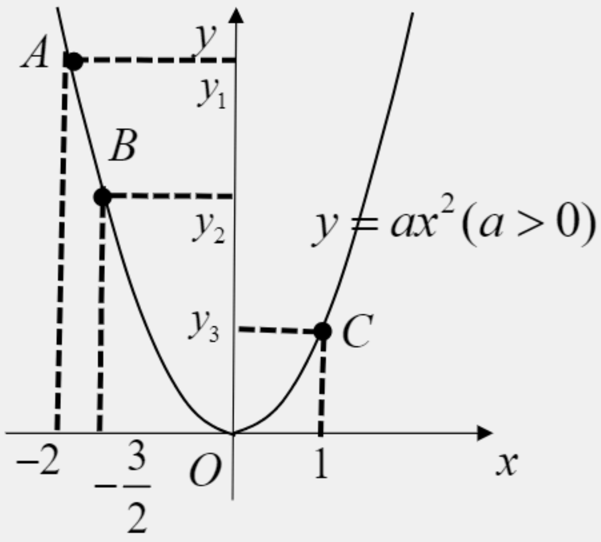
当 $x<0$ 时，y随x的增大而减小，

$\because -2<-\frac{3}{2}<-1$,

$\therefore y_1>y_2>y_3$.

三、课堂例题

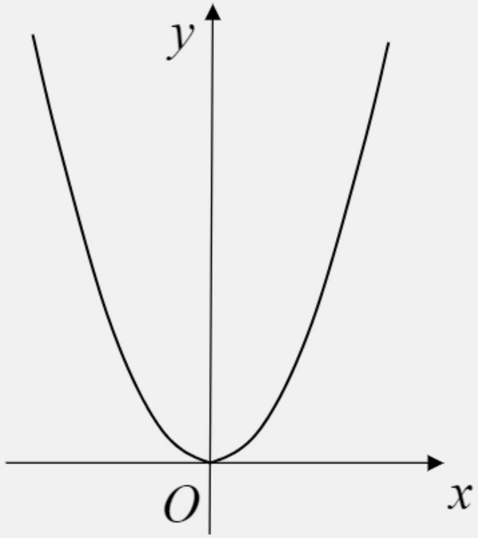
例 3 已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$，$B(-\frac{3}{2},y_2)$和 $C(1,y_3)$，则y_1、y_2 和y_3 的大小关系是 $\underline{y_1>y_2>y_3}$.



$y=ax^2(a>0)$图象上的点到对称轴（y轴）的距离越远，纵坐标越大.

四、课堂小结

$y=ax^2(a>0)$ 的图象的示意图：

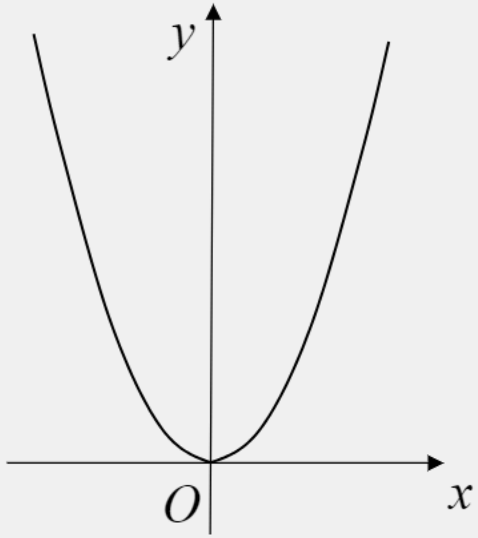


二次函数 $y=ax^2(a>0)$ 的图象和性质：

开口方向	向上
对称轴	y 轴（直线 $x=0$ ）
顶点坐标	$(0,0)$（也是最低点）
最值	当 $x=0$ 时，y 有最小值0

四、课堂小结

$y=ax^2(a>0)$ 的图象的示意图：



二次函数$y=ax^2(a>0)$的图象和性质：

增减性	当$x<0$时，y随x的增大而减小； 当$x>0$时，y随x的增大而增大
开口大小	a越大，开口越小

五、课后思考

已知二次函数$y=ax^2(a\neq 0)$图象经过点$A(-1,\frac{1}{3})$和$B(3,m)$.

（1）求a与m的值；

（2）写出二次函数图象的顶点坐标及对称轴；

（3）当$-3\leq x\leq 1$时，求函数y的最大值和最小值.

国家中小学课程资源

同学们，再见！