

教学设计

课程基本信息					
学科	数学	年级	七年级	学期	春季
课题	10.1 二元一次方程组的概念				
教科书	书名：义务教育教科书 地理 七年级 下册 出版社：人民教育出版社 出版日期：2024 年 10 月				
教学目标					
1. 理解二元一次方程（组）及其相关概念。 2. 能从具体情境中抽象出数学问题，体会方程组是刻画现实世界中含有多个未知数问题的数学模型，发展抽象能力、模型观念。					
教学内容					
教学重点 二元一次方程（组）及其相关概念。 教学难点 二元一次方程组的解的含义。					
教学过程					
教学环节	主要师生活动				
新课导入	在七年级上学期，我们认识了方程，并重点研究了一类具体方程：一元一次方程。在研究过程中，我们体会到方程是刻画现实世界中等量关系的重要模型。在解决一些问题时，经常会遇到求两个未知数的情形，我们看下面这个实际问题。				
新知探究	<p>引例 新疆是我国棉花的主要产地之一。近年来，机械化采棉已经成为新疆棉采摘的主要方式。某种棉大户租用 6 台大、小两种型号的采棉机，1 h 就完成了 8 hm^2 棉田的采摘。如果大型采棉机 1 h 完成 2 hm^2 棉田的采摘，小型采棉机 1 h 完成 1 hm^2 棉田的采摘，那么这个种棉大户租用了大、小型采棉机各多少台？</p> <p>师生活动：学生阅读问题，并分析问题中的信息，教师引导学生发现其中的已知数、未知数以及相等关系。</p>				

已知数：两种型号的采棉机总台数、单位时间的采摘量、采摘总面积.

未知数：大、小两种型号采棉机的台数.

相等关系：

大型采棉机台数+小型采棉机台数=总台数，

大型采棉机 1 h 采摘面积+小型采棉机 1 h 采摘面积=1 h 采摘总面积.

追问 1：你能解决这个问题吗？

师生活动：学生思考后回答，设这个种棉大户租用了 x 台大型采棉机，则租用了 $(6-x)$ 台小型采棉机. 可列方程： $2x+(6-x)=8$.

追问 2：小型采棉机的台数和方程分别是如何得到的？

师生活动：明确如何利用两个相等关系.

问题 1：问题中有两个未知数，你能否根据题意，设两个未知数，使列方程变得更容易呢？我们从这个想法出发开始本章的学习.

师生活动：学生思考后回答，可以将两个未知数设为 x, y .

设这个种棉大户租用了 x 台大型采棉机， y 台小型采棉机.

由两个相等关系可列方程： $x+y=6$ 和 $2x+y=8$.

追问 1：上面两个方程有什么特点？它们与一元一次方程有什么不同？

师生活动：通过观察上述两个方程与 $2x+(6-x)=8$ 的区别，学生总结：它们都含有两个未知数 (x 和 y)，而一元一次方程只有一个未知数.

追问 2：你能类比一元一次方程的概念，给出这两个方程的概念吗？

师生活动：学生回忆一元一次方程的概念，类比得到二元一次方程的概念，教师归纳并板书.

二元一次方程：每个方程都含有两个未知数 (x 和 y)，且含有未知数的式子都是整式，含有未知数的项的次数都是 1，像这样的方程叫作二元一次方程.

追问 3：你能举出一个二元一次方程的例子吗？

师生活动：学生根据概念列举具体的二元一次方程.

设计意图：以生活中的实际问题为例，引导学生分析实际问题，列出二元一次方程，类比一元一次方程认识二元一次方程.

例 1 判断下列方程是否为二元一次方程，并说明理由.

(1) $2a+3b=-3$;

(2) $x+y+3z=7$;

(3) $x^2+y=1$;

(4) $\frac{3}{x}-2=5$.

师生活动：学生根据二元一次方程的概念判断，并说明理由。

解：(1) 是；(2) 不是，有三个未知数；(3) 不是，含未知数 x 的项次数为 2；(4) 不是，含未知数 x 的式子不是整式。

例 2 若 $mx+3y^{n+5}=7$ 是关于 x, y 的二元一次方程，求 m, n 满足的条件。

师生活动：师生共同分析，得出需要有两个未知数，且含有未知数的项的次数均为 1，由此得到关于 m 和 n 的一元一次方程。

解：由题意： $m \neq 0, n+5=1$ ，所以 $m \neq 0, n=-4$ 。

设计意图：通过两道例题，使学生进一步明确二元一次方程的概念；进行判断、辨析时需要关注“元”“次数”“整式”等关键词。

引例中，设两个未知数得到方程 $x+y=6$ 和 $2x+y=8$ ，未知数 x, y 必须同时满足这两个方程。我们把上述两个方程合在一起，写成 $\begin{cases} x+y=6, \\ 2x+y=8, \end{cases}$ 就组成了一个方程组，叫作二元一次方程组。

二元一次方程组：方程组中含有两个未知数，且含有未知数的式子都是整式，含有未知数的项的次数都是 1，一共有两个方程，像这样的方程组叫作二元一次方程组。

问题 2：怎样找到同时满足上述两个方程，且符合问题的实际意义的 x, y 的值呢？

师生活动：学生先尝试探寻满足方程 $x+y=6$ ，且符合问题的实际意义的 x, y 的值，教师和学生一起列表。因为 x, y 为采棉机台数，且某种棉大户租用了大、小两种型号的采棉机，所以 x, y 均为 1 至 5 的正整数，师生共同填写以下表格。

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

每一组的值都能使方程 $x+y=6$ 两边的值相等.

追问 1: 不考虑方程需要满足的实际意义, 还有没有使方程两边的值相等的 x, y 的值?

师生活动: 学生思考后回答, 还有 $x=-1, y=7; x=0.1, y=5.9; \dots$ 教师总结: 只要给 x 赋一个值, 就可以求出相应的 y 的值, 而 x 可取任意实数, 因此能找到无数对数值满足该方程. 同理, 若给 y 赋值, 也可以找到相应的 x 的值.

追问 2: 你能类比一元一次方程的解的概念给出二元一次方程的解的概念吗?

师生活动: 学生思考后回答, 师生共同归纳, 得到二元一次方程的解的概念.

二元一次方程的解: 一般地, 使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值, 叫作二元一次方程的解.

追问 3: 二元一次方程的解与一元一次方程的解有什么区别?

师生活动: 学生对比, 得出二元一次方程的解不是一个值, 而是两个未知数的值; 解的个数也不同, 二元一次方程有无数组解.

设计意图: 类比一元一次方程的解的概念得到二元一次方程的解的概念, 提高学生类比学习的能力.

追问 4: 你能尝试确定满足方程 $2x+y=8$, 且符合上述问题的实际意义的解吗?

x	1	2	3
y	6	4	2

追问 5: 观察表格, 同时满足两个方程的解是什么?

师生活动: 学生发现表格中的 $x=2, y=4$ 同时满足方程组中的两个方程. 因此, $x=2, y=4$ 是方程组中两个方程的公共解, 我们把 $x=2, y=4$ 叫

作二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=6, \\ 2x+y=8 \end{cases}$ 的解, 记作 $\begin{cases} x=2, \\ y=4. \end{cases}$

因此, 这个种棉大户租用了 2 台大型采棉机、4 台小型采棉机.

二元一次方程组的解: 一般地, 二元一次方程组的两个方程的公共解, 叫

作二元一次方程组的解，可以表示为 $\begin{cases} x=a, \\ y=b. \end{cases}$

设计意图：师生共同总结出二元一次方程组的解的概念，加深对“公共解”的理解。

例 3 已知 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax-2y=0, \\ x+by=3 \end{cases}$ 的解，求 a

和 b 的值.

师生活动：学生回忆二元一次方程组的解的概念， $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 是两个方程的公

共解，所以将 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 分别代入上述两个方程，将问题转化为关于 a, b 的二元一次方程组，从而求解答案.

解：将 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 分别代入两个方程，得 $2a-6=0$ ， $2+3b=3$ ，所以 $a=3$ ，

$$b=\frac{1}{3}.$$

设计意图：通过例题，深化对方程组的解是组成方程组的两个方程的公共解的理解。

课堂练习

对下面的问题，列出二元一次方程组，并根据问题的实际意义，找出问题的解.

1. 某村乡村振兴项目计划把 28 t 黄桃加工成罐头，刚开始每天加工 2 t，后在技术顾问的指导下改进加工方法，每天加工 4 t，前后共用 8 天完成全部加工任务. 这个项目改进加工方法前、后各用了多少天？

2. 在篮球联赛中，每场比赛都要分出胜负，每队胜 1 场得 2 分，负 1 场得 1 分. 某队在 10 场比赛中得 16 分，这个队的胜、负场数分别是多少？

师生活动：教师引导学生找到问题中的已知数、未知数、相等关系，从而列出二元一次方程组，并根据二元一次方程组的解的概念，确定符合实际意义的未知数的值.

1. 解：设这个项目改进加工方法前用了 x 天，改进加工方法后用了 y 天.

	<p>可以列方程组</p> $\begin{cases} x+y=8, \\ 2x+4y=28. \end{cases}$ <p>可以发现</p> $\begin{cases} x=2, \\ y=6. \end{cases}$ <p>答：这个项目改进加工方法前用了 2 天，改进加工方法后用了 6 天.</p> <p>2. 解：设这个队胜了 x 场，负了 y 场.</p> <p>可以列方程组</p> $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x+y=16. \end{cases}$ <p>可以发现</p> $\begin{cases} x=6, \\ y=4. \end{cases}$ <p>答：这个队胜了 6 场，负了 4 场.</p> <p>设计意图：巩固所学知识，使学生进一步体会方程是刻画现实世界中等量关系的重要模型；体会引入多个未知数后，使列方程相对容易.</p>
课堂小结	<p>教师与学生一起回顾本节课所学的主要内容，并请学生回答以下问题：</p> <p>(1) 什么是二元一次方程组？</p> <p>(2) 我们为什么要研究二元一次方程组？</p> <p>(3) 你有哪些想要继续探究的内容？</p> <p>师生活动：教师提问，学生回顾本节课的学习过程并回答问题.</p> <p>二元一次方程组：方程组中含有两个未知数，且含有未知数的式子都是整式，含有未知数的项的次数都是 1，一共有两个方程，像这样的方程组叫作二元一次方程组. 本节课从现实情境中抽象出了数学问题，并列出了二元一次方程组，通过列表格的方法找到了组成二元一次方程组的两个二元一次方程的公共解，进而解决了实际问题. 在这个过程中，体会到当遇到两个未知数的情形时，列出二元一次方程组会使列方程的过程变得更简便. 在后续的学习中，我们将继续研究如何求得二元一次方程组的解.</p>

	设计意图： 通过小结，回顾本节课学习的知识，巩固相关概念，感受学习二元一次方程组的必要性，发展抽象能力、模型观念.
课后任务	教科书习题 10.1 第 1~5 题.