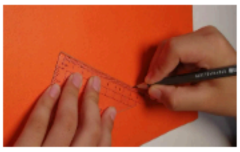
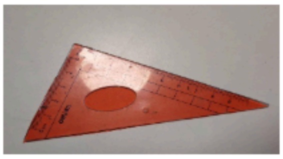
<table>
<tr><th colspan="8">课程基本信息</th></tr>
<tr><td>课例编号</td><td>2020QJ08SXRJ012</td><td>学科</td><td>数学</td><td>年级</td><td>八年级</td><td>学期</td><td>秋季</td></tr>
<tr><td>课题</td><td colspan="7">全等三角形</td></tr>
<tr><td>教科书</td><td colspan="7">书名： 义务教育教科书八年级上册
出版社： 人民教育出版社 出版日期：2013 年 6 月</td></tr>
<tr><th colspan="8">教学人员</th></tr>
<tr><td></td><td>姓名</td><td colspan="6">单位</td></tr>
<tr><td>授课教师</td><td>高媛</td><td colspan="6">北京市第十三中学分校</td></tr>
<tr><td>指导教师</td><td>崔佳佳</td><td colspan="6">北京市西城区教育研修学院</td></tr>
<tr><th colspan="8">教学目标</th></tr>
<tr><td colspan="8">教学目标：发现现实世界中的全等现象，概括全等形的概念.
教学重点：理解全等三角形的概念、能由全等三角形的概念推导出全等三角形的性质.
教学难点：能识别全等三角形中的对应边、对应角，同时体会图形的运动变化.</td></tr>
<tr><th colspan="8">教学过程</th></tr>
<tr><td>时间</td><td>教学环节</td><td colspan="6">主要师生活动</td></tr>
<tr><td>3 分钟</td><td>引入</td><td colspan="6">找一找下面图案中形状、大小相同的图形.

能再举出一些类似的例子吗？</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
 

探究：把一块三角尺按在纸板上，画下图形，照图形裁下来的纸板和三角尺的形状、大小完全一样吗？

  
你是用什么方法来验证的？


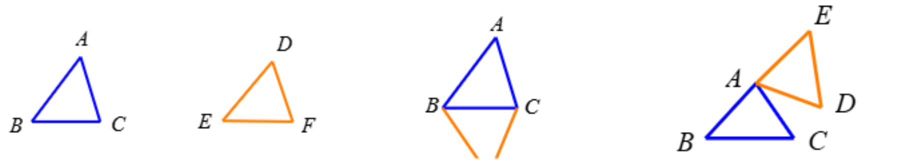
可以看到，形状、大小相同的图形放在一起能够完全重合，能够完全重合的两个图形叫做全等形.

请同学们注意：
我们的研究对象，已经“升级”为两个图形了.我们关注的，是它们之间的一种特殊的关系，即它们能否完全重合.如果能，它们之间就是全等的关系，这两个图形，就叫做全等形.
</td>
</tr>
<tr>
<td>9分钟</td>
<td>新课</td>
<td>
既然生活中存在丰富的全等形，当我们准备研究它们时，从哪种全等形开始研究呢？
三角形，因为三角形是最简单的封闭图形.我们之前的学习中，对三角形也有一定的了解.

根据全等形的概念，我们容易得到：能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形.

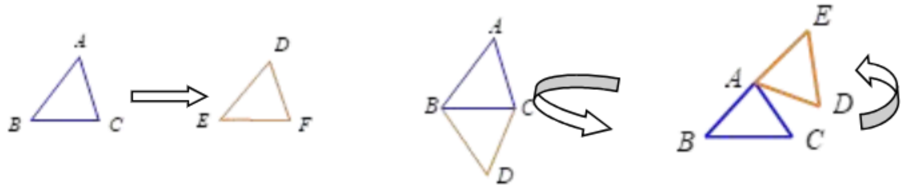
思考
在图（1）中，把△ABC 沿直线 BC 平移，得到△DEF.
在图（2）中，把△ABC 沿直线 BC 翻折 180°，得到△DBC.
在图（3）中，把△ABC 绕点 A 旋转，得到△ADE.
</td>
</tr>
</table>

各图中的两个三角形全等吗？



（1）　　　　　　　　（2）　　　　　　（3）

通过观察，同学们不难发现，它们依次通过向右平移、向下翻折和绕点 A 逆时针旋转一定角度得到. 前后图形的形状、大小都没有改变，故是全等的关系.



用变换的视角观察图形，同学们有没有感到，原来静止的图形，现在好像“活”了，动起来了. 我们能动态地感受到变换前后，两个图形是怎样重合到一起的，还能辨析出重合前后的顶点、边和角.

其中，重合的顶点叫做**对应顶点**，重合的边叫做**对应边**，重合的角叫做**对应角**。

请大家再试着看这三幅图：

图 12.1-2（1）中，$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等，记做 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。符号“≌”表示全等，读作“**全等于**”. 其中点 A 和点 D，点 B 和点 E，点 C 和点 F 是对应顶点；AB 和 DE，　BC 和 EF，AC 和 DF 是对应边；$\angle A$ 和 $\angle D$，$\angle B$ 和 $\angle E$，$\angle C$ 和 $\angle F$ 是对应角.

同学们一定发现，对应顶点确定了，对应边和对应角就很容易顺势找到. 我们在字母书写时，一定要对应着写，一旦严格记做 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，就**隐含**着确定了对应顶点、对应边和对应角. 字母顺序变了，对应关系就改变了.

同学们再试着在图 12.1-2（2）（3）中，找到对应顶点、对应边和对应角，并写成△***≌△***的形式.

图（1）中，$\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 对应边有什么关系？对应角呢？

我们可以这样说：

全等三角形的对应边相等，全等三角形的对应角相等.

这就是全等三角形的性质.

这条性质，实则对“完全重合”这一文字语言进行了数学化表述. “完

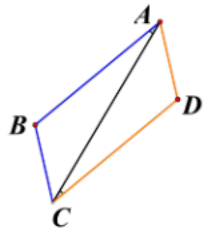
<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>全重合”说明什么呢？说明“一模一样”. 都哪儿一样呢？我们靠几何元素的数量关系去刻画它们.

这样，我们在推理得到两条线段相等，两个角相等的论证中，又多了一条路径——通过全等三角形来说明。</td>
</tr>
<tr>
<td>12分钟</td>
<td>例题讲解</td>
<td>

【例 1】

如图，$\triangle ABC \cong \triangle CDA$，$AB$ 和 CD，BC 和 DA 是对应边，写出其他对应边及对应角.

本题复习、巩固对应边、对应角的概念

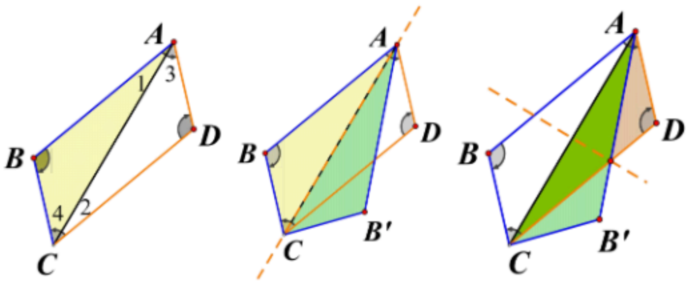


总结确定对应边、角的方法：

法一：题目中有明确的符号表示，如$\triangle ABC \cong \triangle CDA$，靠字母排列的位置对应寻找；

法二：如果题目中没有明确的符号表示，可以从边的长短、角的大小出发. 只有长度相同的边才有可能成为对应边，大小相等的角，才有可能成为对应角；

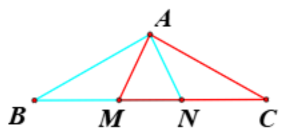
法三：从图形的生成过程出发，动态思考一个三角形是如何运动变换和另一个三角形重合的，此法能充分锻炼同学们的空间想象，也能动态感受图形是如何重合在一起的.



本题的变换相对简单，可以看成是两次翻折，如上面一组图；或者，看成$\triangle ABC$ 绕 AC 中点旋转 180° . 观察变换的方式虽不同，但最终都能使得两图形重合.

练习：

如图，$\triangle ABN \cong \triangle ACM$，$\angle B$ 和$\angle C$ 是对应角，AB 和 AC 是对应边.写出其他对应边及对应角.



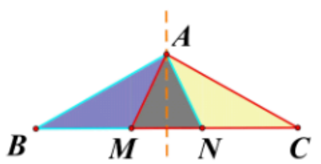
解：

对应角还有：$\angle BAN$ 与$\angle CAM$，$\angle AMC$ 与$\angle ANB$

对应边还有：AM 与 AN，BN 与 CM

同学们用的是哪种方法呢？

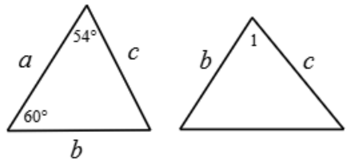
先选自己容易做对的方法，再慢慢尝试其他方法. 如果是变换的角度，可以看成是$\triangle ABN$ 沿过点 A 且垂直 BC 边的垂线为对称轴翻折，得到$\triangle ACM$，



</td>
</tr>
</table>

【例 2】

如图是两个全等三角形，图中的字母表示三角形的边长，则∠1 等于多少度？



本题利用全等的性质求解

我们可以这样思考：

要求解右图中的∠1，它是 b、c 两边的夹角，由三角形全等的性质，我们能够推得，左图中 b、c 两边的夹角，即是∠1 的度数.

或者，把∠1 看作是没有标注字母的边的对角，而这条边，由全等的性质可知，应为左图中的边 a，所以，求边 a 对角的度数，即为∠1 的度数，结果是一样的. 根据三角形内角和 180°，很容易计算出答案.

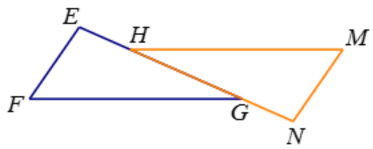
答案：66°.

【例 3】

如图，△EFG≌△NMH，∠F 和∠M 是对应角，在△EFG 中，FG 是最长边，在△NMH 中，MH 是最长边. EF=2.1cm，EH=1.1cm，NH=3.3cm.

（1） 写出其他对应边及对应角；

（2） 求线段 NM 及线段 HG 的长度.

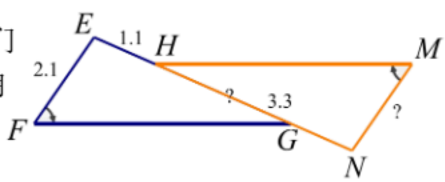


利用全等三角形的性质进行简单的计算

分析：

题目的条件较为复杂，我们先把已知条件标注在图上（如下图所示），要求解的两条线段用“？”标识出来. 这样一目了然，便于集中精力，依靠图形特点进行解答.

这个过程被称作“条件上图”，它也是我们今后在几何学习中的需要养成的好习惯.



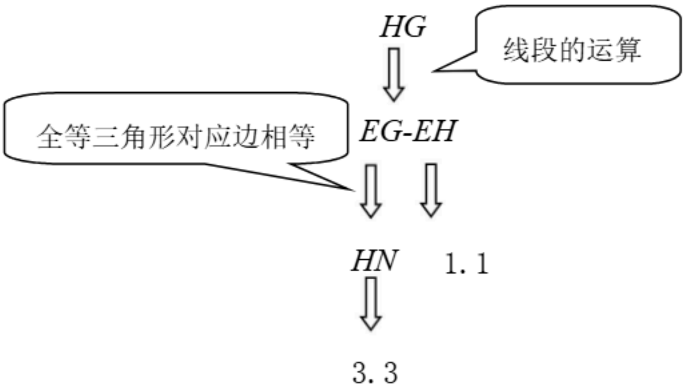
（1）的解答与前面的题目类似，同学们选择一种方法即可. 老师仍从变换的角度观察，△EFG 绕 EG 边上一点旋转 180° 得到△NMH.

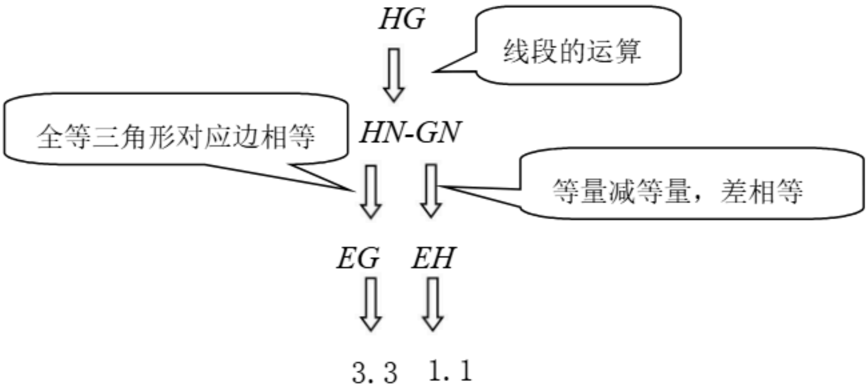
剩余的对应角为：∠E 与∠N，∠EGF 与∠NHM

对应边为：EF 与 MN，EG 与 NH

所以，MN=EF=2. 1 是容易得到的.

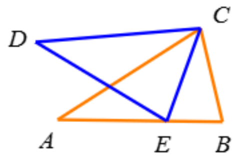
题目的难点在求解 HG，它不是三角形完整的边，不能直接应用性质求解.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>我们一起画思路图


或者


第二种思路就略显繁琐了. 可见，同一个问题，我们在分析时，要学着尝试选择用较为简洁的方法.

我们用第一种思路把求解 HG 的步骤书写一下.
解：
∵△EFG≌△NMH，HN=3.3
∴GE=HN=3.3
∵HG=GE-EH, EH=1.1
∴HG=3.3-1.1=2.2</td></tr>
<tr><td>1分钟</td><td>小结</td><td>同学们，从今天开始，我们几何的学习又有了一条新的脉络：我们现在的研究对象已经不局限在一个图形里，而是扩充到研究两个图形（三角形）之间的关系。
全等，就是两个图形间，最为特殊且基本的关系之一，它可以帮助我们推得对应线段、对应角之间的等量关系，这也是我们几何研究的重点。
对全等形的研究，全等三角形只是一个引子，同样的研究内容和方法，同学们可以尝试推广到一般情形，继续研究。</td></tr>
<tr><td></td><td>作业</td><td>1. 如图，△ABC≌△DEC， CA 和 CD, CB 和 CE 是对应边. ∠ACD 和∠BCE 相等吗？为什么？</td></tr>
</table>

		 2. 如图，$\triangle AEC\cong\triangle ADB$，点 E 和点 D 是对应顶点. （1）写出它们的对应边和对应角； （2）若$\angle A=50^\circ$，$\angle ABD=39^\circ$，且$\angle 1=\angle 2$，求$\angle 1$ 的度数.