

国家中小学课程资源

# 第八章 实数

## 8.1 平方根

### 第 2 课时

年 级：七年级

主讲人：张 越

学 科：数学（人教版）

学 校：北京大学附属中学



新知探究

**问题 1** 上节课同学们已经学习了平方根，请计算下列各数的平方根：

|     |         |         |                   |   |
|-----|---------|---------|-------------------|---|
|     | 9       | $6^2$   | $\frac{16}{25}$   | 0 |
| 平方根 | $\pm 3$ | $\pm 6$ | $\pm \frac{4}{5}$ | 0 |

正数有两个平方根，它们互为相反数；

0 的平方根是 0.

## 问题 2 什么是算术平方根？

|     |         |         |                   |   |
|-----|---------|---------|-------------------|---|
|     | 9       | $6^2$   | $\frac{16}{25}$   | 0 |
| 平方根 | $\pm 3$ | $\pm 6$ | $\pm \frac{4}{5}$ | 0 |

正数  $a$  有两个平方根，其中正的平方根叫作  $a$  的算术平方根.

例如 9 的算术平方根是 3.

追问 1 你能用符号语言表示吗？

正数  $a$  有两个平方根，其中 正的平方根 叫作  $a$  的算术平方根.

正数  $a$ ，表示为  $a > 0$ ，正的平方根，表示为  $\sqrt{a} > 0$ .

即正数  $a$  的算术平方根用  $\sqrt{a}$  来表示，也可以写成  $\sqrt[2]{a}$ ，读作二次根号  $a$ .

例如：9 的算术平方根是 3，表示为： $\sqrt{9} = 3$

追问 2 0 有没有算术平方根?

0 没有正的平方根, 我们规定 0 的算术平方根是 0.

追问 3 算术平方根  $\sqrt{a}$  可以取什么数?

被开方数  $a$  可以是正数也可以是 0;

正数的算术平方根是正数,

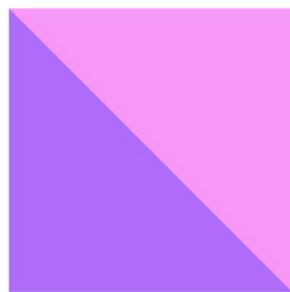
0 的算术平方根是 0.

综上: 被开方数是非负数, 算术平方根也是非负数.

**探究** 怎样用两个面积为  $1 \text{ dm}^2$  的小正方形拼成一个面积为  $2 \text{ dm}^2$  的大正方形？



1



1

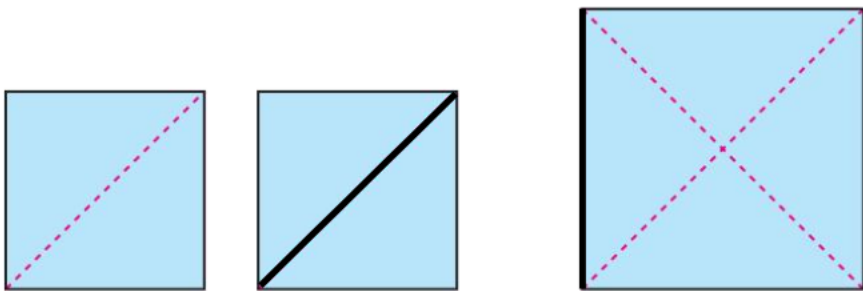
**追问 1** 这个大正方形的边长是多少？

设大正方形的边长为  $x$  dm，则

$$x^2 = 2.$$

由边长的实际意义可知

$$x = \sqrt{2}.$$



**追问 2** 小正方形的对角线的长是多少？

小正方形的对角线的长即为大正方形的边长.

### 问题 3 $\sqrt{2}$ 有多大呢?

追问 1 补全表格, 并根据表格中数据估算  $\sqrt{2}$  的大小.

|            |   |      |         |           |     |            |     |           |         |      |   |
|------------|---|------|---------|-----------|-----|------------|-----|-----------|---------|------|---|
| $a$        | 1 | 1.96 | 1.988 1 | 1.999 369 | ... | 2          | ... | 2.002 225 | 2.016 4 | 2.25 | 4 |
| $\sqrt{a}$ | 1 | 1.4  | 1.41    | 1.414     | ... | $\sqrt{2}$ | ... | 1.415     | 1.42    | 1.5  | 2 |

因为  $1^2=1$ ,  $2^2=4$ , 所以  $\sqrt{1}=1$ ,  $\sqrt{4}=2$ ;

因为  $1.4^2=1.96$ ,  $1.5^2=2.25$ , 所以  $\sqrt{1.96}=1.4$ ,  $\sqrt{2.25}=1.5$ ;

因为  $1.41^2=1.988\ 1$ ,  $1.42^2=2.016\ 4$ , 所以  $\sqrt{1.988\ 1}=1.41$ ,  
 $\sqrt{2.016\ 4}=1.42$ ;

因为  $1.414^2=1.999\ 369$ ,  $1.415^2=2.002\ 225$ ,  
 所以  $\sqrt{1.999\ 369}=1.414$ ,  $\sqrt{2.002\ 225}=1.415$ .

问题 3  $\sqrt{2}$  有多大呢?

追问 1 补全表格, 并根据表格中数据估算  $\sqrt{2}$  的大小.

|            |   |      |         |           |     |            |     |           |         |      |   |
|------------|---|------|---------|-----------|-----|------------|-----|-----------|---------|------|---|
| $a$        | 1 | 1.96 | 1.988 1 | 1.999 369 | ... | 2          | ... | 2.002 225 | 2.016 4 | 2.25 | 4 |
| $\sqrt{a}$ | 1 | 1.4  | 1.41    | 1.414     | ... | $\sqrt{2}$ | ... | 1.415     | 1.42    | 1.5  | 2 |

被开方数越大, 对应的算术平方根就越大.

追问 2 你能估算出  $\sqrt{2}$  的大小吗?

观察表格, 能够发现  $\sqrt{2}$  在 1.414 和 1.415 之间.

问题 3  $\sqrt{2}$  有多大呢?

追问 3 如此进行下去,  $\sqrt{2}$  更精确的近似值是个什么数呢?

|            |   |      |         |           |     |            |     |           |         |      |   |
|------------|---|------|---------|-----------|-----|------------|-----|-----------|---------|------|---|
| $a$        | 1 | 1.96 | 1.988 1 | 1.999 369 | ... | 2          | ... | 2.002 225 | 2.016 4 | 2.25 | 4 |
| $\sqrt{a}$ | 1 | 1.4  | 1.41    | 1.414     | ... | $\sqrt{2}$ | ... | 1.415     | 1.42    | 1.5  | 2 |

事实上,  $\sqrt{2} = 1.414\ 213\ 562\ 373 \cdots$ , 它是一个无限不循环小数.

#### 问题 4 什么是无限不循环小数？

无限不循环小数是指小数位数无限，且小数部分不循环的小数。

追问 请同学们完成下表，再举出几个无限不循环小数的例子。

|            |   |            |            |   |            |            |            |            |   |
|------------|---|------------|------------|---|------------|------------|------------|------------|---|
| $a$        | 1 | 2          | 3          | 4 | 5          | 6          | 7          | 8          | 9 |
| $\sqrt{a}$ | 1 | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{3}$ | 2 | $\sqrt{5}$ | $\sqrt{6}$ | $\sqrt{7}$ | $\sqrt{8}$ | 3 |

根据表格，可以发现有些正有理数的算术平方根（例如  $\sqrt{3}$ ， $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{6}$ ）都是无限不循环小数。

例题精讲

**例** 求下列各数的算术平方根：

- (1) 100;                      (2)  $\frac{49}{64}$ ;                      (3) 0.000 1.

解：(1) 因为  $10^2=100$ ，所以 100 的算术平方根是 10，即  $\sqrt{100}=10$ ；

(2) 因为  $\left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$ ，所以  $\frac{49}{64}$  的算术平方根是  $\frac{7}{8}$ ，即  $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$ ；

(3) 因为  $0.01^2=0.000\ 1$ ，所以 0.000 1 的算术平方根是 0.01，即  $\sqrt{0.000\ 1}=0.01$ 。

**例** 求下列各数的算术平方根：

(1) 100;                      (2)  $\frac{49}{64}$ ;                      (3) 0.000 1.

**追问** 同学们能从例题中发现规律吗？

例题中的被开方数越大，对应的算术平方根就越大，  
这个结论对所有正数都成立。

## 课堂小结

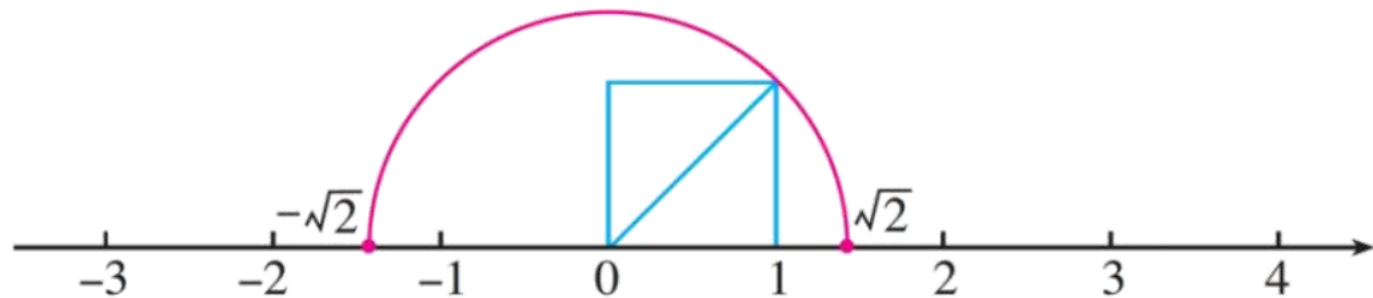
回顾本节课所学内容，思考并回答下面问题：

(1) 什么是算术平方根？

正数 $a$ 有两个平方根，其中正的平方根叫作 $a$ 的算术平方根.

0的算术平方根是0.

(2) 你能在数轴上标出表示 $\sqrt{2}$ 的点吗？



回顾本节课所学内容，思考并回答下面问题：

(3) 你能举出几个常见的无限不循环小数吗？

$$\sqrt{2} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{5}$$



## 课后任务

---

教科书第 43 页练习第 1, 2, 3 题.

国家中小学课程资源

# 第八章 实数

## 8.1 平方根

### 第 2 课时

制作单位：人民教育出版社

