

国家中小学课程资源

21.2.3因式分解法 (2)

年 级：九年级

主讲人：安冬梅

学 科：数学（人教版）

学 校：北京市第八中学



(一) 知识回顾

1. 因式分解法解一元二次方程的基本思路是什么？

答：通过因式分解将二次方程转化为一次方程，达到降次的目的。



(一) 知识回顾

2. 用因式分解法解下列一元二次方程：

① $x^2 - 3x = 0$; ② $4x^2 - 4x + 1 = 0$; ③ $x^2 - 4x + 4 = 0$.

(一) 知识回顾

方程特点：不含常数项， $ax + bx = 0$ ($a \neq 0$)

$$\textcircled{1} \quad x + 3x = 0.$$

↓ 分解因式 (提公因式)

$$x(x + 3) = 0.$$

↓ 降次

$$x = 0, \text{ 或 } x + 3 = 0.$$

↓ 求解

$$x = 0, \text{ 或 } x = -3.$$

(一) 知识回顾

方程特点：不含一次项， $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$, a 、 c 异号)

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 - 9 = 0.$$

↓ 分解因式 (平方差公式)

$$(x+3)(x-3) = 0.$$

↓ 降次

$$x+3 = 0, \text{ 或 } x-3 = 0.$$

↓ 求解

$$x = -3, \text{ 或 } x = 3.$$



(一) 知识回顾

方程特点：方程左边可以化为完全平方式.

$$\textcircled{3} \quad x^2 + 4x + 4 = 0.$$

↓ 分解因式 (完全平方公式)

$$(x + 2)^2 = 0.$$

↓ 降次、求解

$$x + 2 = 0 \quad x = -2.$$



(二) 巩固深化

例1 用因式分解法解下列方程：

① $3x(2x+1)=4x+2$ ；

② $(x-4) = (5-2x)$ ；

③ $3x^2 - 6x = -3$.

例1 用因式分解法解下列方程：

① $3x(2x+1)=4x+2.$ • • •

解：移项，得

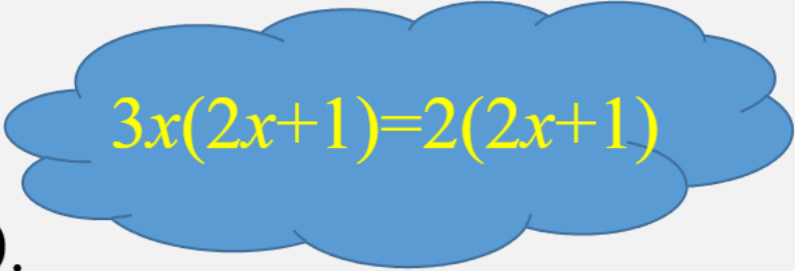
$$3x(2x+1) - 2(2x+1) = 0.$$

因式分解，得

$$(2x+1)(3x-2) = 0.$$

$$\therefore 2x+1=0, \text{ 或 } 3x-2=0.$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}, \text{ 或 } x = \frac{2}{3}.$$


$$3x(2x+1)=2(2x+1)$$

例1 用因式分解法解下列方程：

$$\textcircled{2} (x-4) = (5-2x) .$$

解：移项，得

$$(x-4) - (5-2x) = 0.$$

因式分解，得

$$[(x-4)+(5-2x)][(x-4)-(5-2x)] = 0.$$

$$\therefore -x+1=0, \text{ 或 } 3x-9=0.$$

$$\therefore x = 1, \quad x = 3.$$

例1 用因式分解法解下列方程：

$$\textcircled{3} \quad 3x^2 - 6x = -3.$$

解：移项，得

$$3x^2 - 6x + 3 = 0.$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 0.$$

因式分解，得

$$\therefore (x - 1)^2 = 0.$$

$$\therefore x - 1 = 0.$$

因式分解法解一元二次方程，注意观察方程的特点，根据不同的特点，灵活选用不同的因式分解的方法.



(三) 拓展探索

思考 怎样解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$?

解法1: 移项, 得

$$x^2 - 4x = -3.$$

配方, 得

$$x^2 - 4x + 2^2 = -3 + 2^2,$$

$$(x - 2)^2 = 1.$$

由此可得

$$x - 2 = \pm 1,$$

$$\therefore x = 3, x = 1.$$

解法2: $a=1, b=-4, c=3.$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3$$

$$= 4 > 0.$$

方程有两个不相等的实数根

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2 \times 1}.$$

$$\therefore x = 3, x = 1.$$

(三) 拓展探索

思考 怎样解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$?

解法3: 因式分解, 得

$$(x-3)(x-1)=0.$$

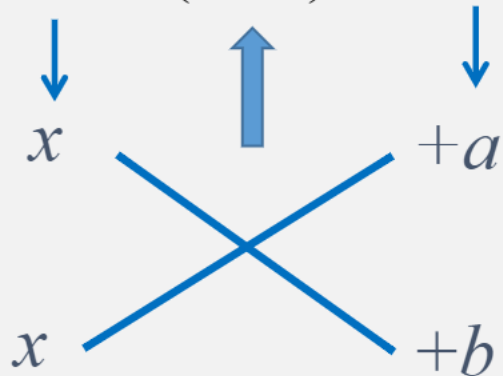
$$\therefore x-3=0, \text{ 或 } x-1=0.$$

$$\therefore x=3, x=1.$$

如何分解的呢?

(三) 拓展探索

知识点拨 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$.

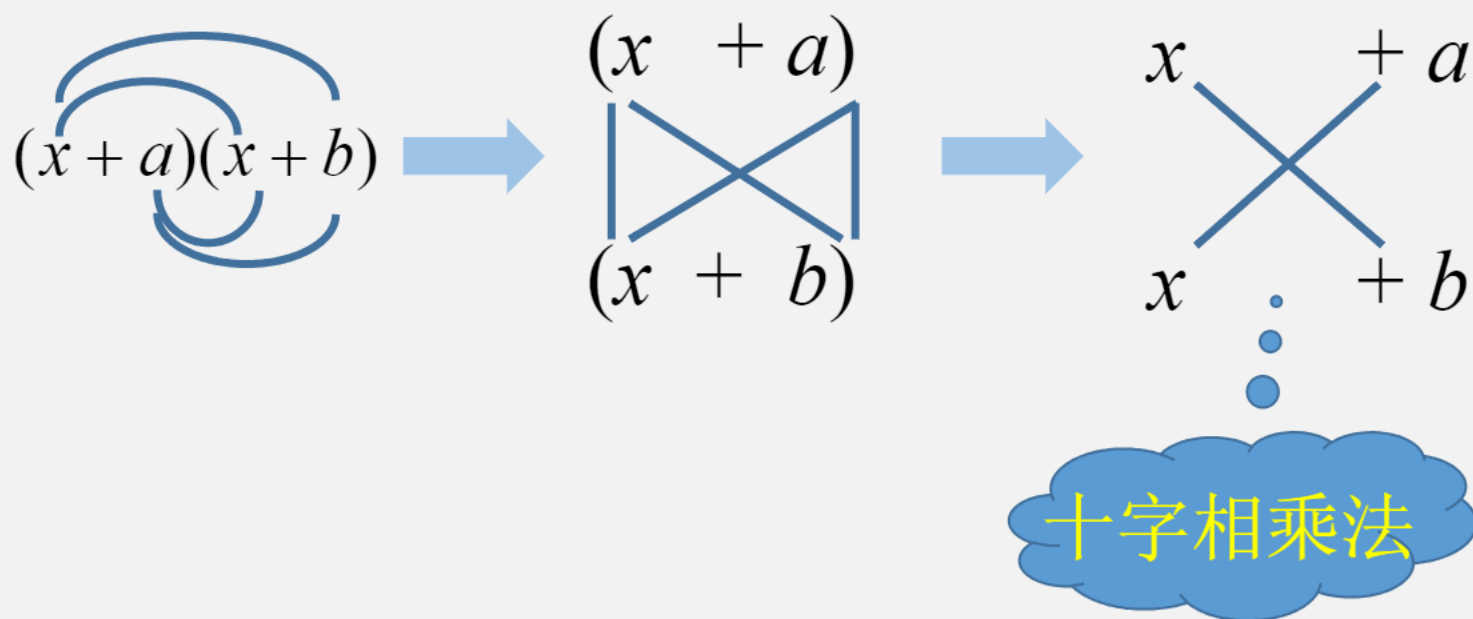


十字相乘法

$$ax + bx = (a+b)x$$

(三) 拓展探索

知识点拨 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$.



(三) 拓展探索

思考 怎样解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$?

$$\begin{array}{rcl}
 x & & +3 \\
 & \diagdown & / \\
 & \diagup & \diagdown \\
 x & & +1 \\
 \hline
 3x + x & = & 4x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 x & & 3 \\
 & \diagdown & / \\
 & \diagup & \diagdown \\
 x & & 1 \\
 \hline
 3x & x = & 4x
 \end{array}$$

解：因式分解，得

$$(x - 3)(x - 1) = 0.$$

(三) 拓展探索

例2 利用因式分解法解方程： $y^2 - 4y - 21 = 0$.

$\begin{array}{cc} y & +1 \\ & \times \\ y & -21 \end{array}$	$\begin{array}{cc} y & -1 \\ & \times \\ y & +21 \end{array}$	$\begin{array}{cc} y & -3 \\ & \times \\ y & +7 \end{array}$	$\begin{array}{cc} y & +3 \\ & \times \\ y & -7 \end{array}$
$y - 21y = -20y$	$-y + 21y = 20y$	$-3y + 7y = 4y$	$3y - 7y = -4y$

(三) 拓展探索

例2 利用因式分解法解方程： $y^2 - 4y - 21 = 0$.

解：因式分解，得

$$(y - 3)(y + 7) = 0.$$

$$\therefore y - 3 = 0, \text{ 或 } y + 7 = 0.$$

$$\therefore y = 3, y = -7.$$

$$\begin{array}{r} y \quad \quad +3 \\ y \quad \quad -7 \\ \hline 3y - 7y = -4y \end{array}$$

(四) 巩固应用

1. 用因式分解法解下列方程，正确的是(A)

A. $(2x-2)(3x-4)=0$ ，则2

B. $(x+3)(x-1)=1$ ，则x+

C. $(x-2)(x-3)=2 \times 3$ ，则

D. $x(x+2)=0$ ，则 $x+2=0$

$$(x+3)(x-1)=1$$

化一般式

$$x^2 + 2x - 4 = 0.$$

配方

$$(x+1)^2 = 5.$$

求解

$$x = -1 + \sqrt{5},$$
$$x = -1 - \sqrt{5}.$$



(四) 巩固应用

1. 用因式分解法解下列方程，正确的是(A)

A. $(2x-2)(3x-4)=0$ ，则 $2x-2=0$ ，或 $3x-4=0$

B. $(x+3)(x-1)=1$ ，则 $x+3=1$ ，或 $x-1=1$

C. $(x-2)(x-3)=2 \times 3$ ，则 $x-2=2$ ，或 $x-3=3$

D. $x(x+2)=0$ ，则 $x+2=0$ ， $x=0$.



(四) 巩固应用

2. 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$ 的一个根, 则 k 的值为_____.

解析 把 $x=2$ 代入 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$,

得 $4k+2k^2-4+2k+4=0$.

整理得 $k^2+3k=0$.

解得 $k=0$, $k=-3$.

$\because k \neq 0$, $\therefore k$ 的值为 -3 .



(四) 巩固应用

2. 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$ 的一个根, 则 k 的值为 -3.

解析 把 $x=2$ 代入 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$,

得 $4k+2k^2-4+2k+4=0$.

整理得 $k^2+3k=0$.

解得 $k=0$, $k=-3$.

$\because k \neq 0$, $\therefore k$ 的值为 -3 .



(四) 巩固应用

3. 一个等腰三角形的底边长是6，腰长是一元二次方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的一根，则此三角形的周长是 16 .

解析 方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ ，可用十字相乘因式分解，得 $(x - 3)(x - 5) = 0$.

$$\therefore x = 3, x = 5.$$

$$\because 3 + 3 = 6, \text{ 故 } x = 3 \text{ 舍去.}$$

$$\therefore \text{周长} = 6 + 5 + 5 = 16.$$



（五）课堂小结

因式分解法解一元二次方程的关键是方程右边化为0之后，如何将左边因式分解。因式分解常用方法：提公因式法，公式法，十字相乘法，明确并熟悉这几种方法的结构特点，才能灵活选用因式分解的方法，达到降次的目的从而求出方程的解。



(六) 布置作业

1. 用因式分解法解下列一元二次方程.

① $x^2 = 2\sqrt{3}x$; ② $9x^2 - 144 = 0$;

③ $4x^2 + 1 = 4x$; ④ $x^2 - 7x + 6 = 0$.

2. 有一根长20米的长绳，怎样用它围成一个面积为 24m^2 的矩形？

国家中小学课程资源

同学们，再见！

