

国家中小学课程资源

从分数到分式

年 级：八年级

主讲人：刘 波

学 科：数学（人教版）

学 校：北京市第十五中学



整式包括什么？你能说明它们的特点吗？

整式包括单项式和多项式.

几个数或字母的**积**的式子是单项式，
单独的一个数或一个字母也是单项式.

几个单项式的**和**是多项式.

填空并找出其中的整式.

(1) 长方形的面积为 10 cm^2 , 长为 7 cm , 则宽为 $\frac{10}{7}\text{ cm}$;

长方形的面积为 S , 长为 7 , 则宽为 $\frac{S}{7}$;

长方形的面积为 S , 长为 a , 则宽为 $\frac{S}{a}$.

长方形的面积=长 宽 $\longrightarrow$ 宽=长方形的面积 长

填空并找出其中的整式.

(2) 把体积为 200 cm^3 的水倒入底面积为 33 cm^2 的圆柱形容器中，水面高度为 $\frac{200}{33} \text{ cm}$ ；

把体积为 V 的水倒入底面积为 S 的圆柱形容器中，水面高度为 $\frac{V}{S}$.

圆柱体的体积=底面积 高 $\rightarrow$ 高=圆柱体的体积 底面积

请观察得到的式子，你能找出其中的整式吗？

$$\frac{10}{7}, \quad \frac{S}{7}, \quad \frac{S}{a}, \quad \frac{200}{33}, \quad \frac{V}{S}.$$

整式： $\frac{10}{7}, \quad \frac{S}{7}, \quad \frac{200}{33}.$

那么 $\frac{S}{a}, \frac{V}{S}$ 和上面三个整式相比有什么不同呢？

归纳

一般地，如果 A, B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

在分式 $\frac{A}{B}$ 中， A 叫做分子， B 叫做分母.

练习 下列式子中，哪些是整式？哪些是分式？

$$(1) \frac{x}{3};$$

$$(2) \frac{5}{3b+5};$$

$$(3) \frac{m}{m+n} \frac{n}{m+n};$$

$$(4) \frac{x}{x^2-y^2};$$

$$(5) \frac{a}{4a};$$

$$(6) \frac{5-y}{\pi}.$$

解：

整式： (1) (6)

分式： (2) (3) (4) (5) 分母中含有字母



探究新知

分式是除法的表示形式，那么我们也可以利用除法来研究分式.你还记得除法的相关知识吗？

0不能作除数；

0除以任何一个不等于0的数，都得0；

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.



探究新知

1. 0不能作除数. 类比分数有意义, 我们可以得到当分式的分母不等于0时, 分式有意义.

即 当 $B \neq 0$ 时, 分式 $\frac{A}{B}$ 才有意义.

例 下列分式中的字母满足什么条件时分式有意义？

(1) $\frac{2}{3x}$;

(2) $\frac{x}{x-1}$;

(3) $\frac{1}{5-3b}$;

(4) $\frac{x+y}{x-y}$;

(5) $\frac{1}{x(x-1)}$;

(6) $\frac{x}{x^2+3}$

例 下列分式中的字母满足什么条件时分式有意义？

(1) $\frac{2}{3x}$;

(2) $\frac{x}{x-1}$;

(3) $\frac{1}{5-3b}$;

解:(1) 要使分式 $\frac{2}{3x}$ 有意义, 则分母 $3x \neq 0$, 即 $x \neq 0$;

(2) 要使分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义, 则分母 $x-1 \neq 0$, 即 $x \neq 1$;

(3) 要使分式 $\frac{1}{5-3b}$ 有意义, 则分母 $5-3b \neq 0$, 即 $b \neq \frac{5}{3}$;

例 下列分式中的字母满足什么条件时分式有意义？

(4) $\frac{x+y}{x-y}$; (5) $\frac{1}{x(x-1)}$; (6) $\frac{x}{x^2+3}$

解：(4) 要使分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 有意义，则分母 $x-y \neq 0$ ，即 $x \neq y$ ；

(5) 要使分式 $\frac{1}{x(x-1)}$ 有意义，则分母 $x(x-1) \neq 0$ ，
 $x \neq 0$ 且 $x-1 \neq 0$ ，即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$ ；

(6) 不论 x 取何值，分母 $x^2+3 \neq 0$ 恒成立，
所以 x 取任意实数，分式 $\frac{x}{x^2+3}$ 都有意义。

练习 下列分式中的字母满足什么条件时分式有意义？

$$(1) \frac{2}{a}; \quad (2) \frac{2m}{3m+2}; \quad (3) \frac{1}{x-2y}; \quad (4) \frac{2}{x^2-1}.$$

解：

(1) 要使分式 $\frac{2}{a}$ 有意义，则分母 $a \neq 0$ ；

(2) 要使分式 $\frac{2m}{3m+2}$ 有意义，则分母 $3m+2 \neq 0$ ，即 $m \neq -\frac{2}{3}$ ；

练习 下列分式中的字母满足什么条件时分式有意义？

$$(1) \frac{2}{a}; \quad (2) \frac{2m}{3m+2}; \quad (3) \frac{1}{x-2y}; \quad (4) \frac{2}{x^2-1}.$$

解：

(3) 要使分式 $\frac{1}{x-2y}$ 有意义，则分母 $x-2y \neq 0$ ，即 $x \neq 2y$ ；

(4) 要使分式 $\frac{2}{x^2-1}$ 有意义，则分母 $x^2-1 \neq 0$ ，
即 $x \neq 1$ 且 $x \neq -1$ 。



探究新知

2. 0除以任何不等于0的数，都得0.那么分式有没有值为0的情况呢？如果分式的值为0，分式中的字母取值有什么要求呢？

分式 $\frac{A}{B}$ 中 A 是被除数， B 是除数，所以当 $A=0$ ， $B \neq 0$ 时， $\frac{A}{B}=0$.

例 当 m 为何值时，分式的值为0？

$$(1) \frac{2m}{m+1}; \quad (2) \frac{m-2}{m+3}; \quad (3) \frac{m^2-1}{m-1}.$$

解：(1) 要使分式 $\frac{2m}{m+1}$ 的值为0，

则分子 $2m=0$ ，分母 $m+1 \neq 0$ ，

$$m=0 \text{ 且 } m \neq -1,$$

所以 $m=0$.

例 当 m 为何值时，分式的值为0？

$$(1) \frac{2m}{m+1}; \quad (2) \frac{m-2}{m+3}; \quad (3) \frac{m^2-1}{m}.$$

解：(2) 要使分式 $\frac{m-2}{m+3}$ 的值为0，
则分子 $m-2=0$ ，分母 $m+3 \neq 0$ ，

$$m=2 \text{ 且 } m \neq -3,$$

所以 $m=2$ 。

例 当 m 为何值时，分式的值为0？

$$(1) \frac{2m}{m+1}; \quad (2) \frac{m-2}{m+3}; \quad (3) \frac{m^2-1}{m-1}.$$

解： (3) 要使分式 $\frac{m^2-1}{m-1}$ 的值为0，
则分子 $m^2-1=0$ ，分母 $m-1 \neq 0$ ，
 $m=1$ 或 -1 ，且 $m \neq 1$ ，
所以 $m=-1$ 。

练习 在什么条件下，下列分式的值为0？

$$(1) \frac{x+6}{5x}; \quad (2) \frac{2-3x}{x+1}; \quad (3) \frac{(x-2)(x-3)}{x-2}.$$

解：

(1) 要使分式 $\frac{x+6}{5x}$ 值为0，则分子 $x+6=0$ ，分母 $5x \neq 0$ ，

$x=-6$ 且 $x \neq 0$ ，所以 $x=-6$ ；

练习 在什么条件下，下列分式的值为0？

$$(1) \frac{x+6}{5x}; \quad (2) \frac{2-3x}{x+1}; \quad (3) \frac{(x-2)(x-3)}{x-2}.$$

解：

(2) 要使分式 $\frac{2-3x}{x+1}$ 值为0，则分子 $2-3x=0$ ，分母 $x+1 \neq 0$ ，

$$x=\frac{2}{3} \text{ 且 } x \neq -1, \text{ 所以 } x=\frac{2}{3};$$

练习 在什么条件下，下列分式的值为0？

$$(1) \frac{x+6}{5x}; \quad (2) \frac{2-3x}{x+1}; \quad (3) \frac{(x-2)(x-3)}{x-2}.$$

解：

(3) 要使分式 $\frac{(x-2)(x-3)}{x-2}$ 值为0，则分子 $(x-2)(x-3)=0$ ，

分母 $x-2 \neq 0$ ， $x=2$ 或 $x=3$ ，且 $x \neq 2$ ，

所以 $x=3$ 。



探究新知

3.两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.

如果分式 $\frac{A}{B}$ 的值为正数，那么 A 、 B 同为正数或负数；

如果分式 $\frac{A}{B}$ 值为负数，那么 A 、 B 为一正一负.

例 当 x 满足什么条件时，下列分式的值为正数？

(1) $\frac{6}{x}$; (2) $\frac{6}{7-x}$.

解： (1) 根据除法法则，若分式 $\frac{6}{x}$ 的值为正数，
则 x 与 -6 的符号相同，所以 $x < 0$ ；

例 当 x 满足什么条件时，下列分式的值为正数？

(1) $\frac{6}{x}$ ；

(2) $\frac{6}{7-x}$ 。

解：（2）根据除法法则，若分式 $\frac{6}{7-x}$ 的值为正数，
则 $7-x$ 与 -6 的符号相同， $7-x < 0$ ，所以 $x > 7$ 。

如果分式 $\frac{6}{7-x}$ 的值为负数呢？ $x < 7$ 。

练习 已知分式 $\frac{4}{m-1}$,

- (1) 当 m 满足什么条件时, 该分式有意义?
- (2) 当 m 满足什么条件时, 该式的值大于零?

解: (1) 要使分式 $\frac{4}{m-1}$ 有意义,
则分母 $m-1 \neq 0$, 所以 $m \neq 1$;

(2) 要使分式 $\frac{4}{m-1}$ 的值大于0, 则 $m-1$ 与4
同号, $m-1 > 0$, 所以 $m > 1$.

小结

(1) 分式的概念：一般地，如果 A ， B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

在分式 $\frac{A}{B}$ 中， A 叫做分子， B 叫做分母.

小结

- (2) 分式有意义，就是要分母不为0.
- (3) 分式的值为0必须满足两个条件：
 - ①分子的值0；②分母的值不等于0.
- (4) 分式的学习类比分数的学习，从除法的角度考虑.

作业

1. 甲每小时做 x 个零件，做90个零件所用的时间，可用式子表示成_____小时.
2. n 公顷麦田共收小麦 m 吨，平均每公顷的产量可用式子表示成_____吨.
3. 轮船在静水中每小时走 a 千米，水流速度是 b 千米/时，轮船在逆流中航行 s 千米所需要的时间可用式子表示成_____小时.

作业

4. 式子① $\frac{2}{x}$, ② $\frac{x+y}{5}$, ③ $\frac{1}{2a}$, ④ $\frac{x}{\pi-1}$ 中, 是分式的有 ().

- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ①②③④

5. 使得分式 $\frac{a}{a+1}$ 有意义的 a 的取值范围是 ().

- A. $a \neq 0$ B. $a \neq 1$ C. $a \neq -1$ D. $a+1 > 0$

作业

6. 使分式 $\frac{x}{x+5}$ 值为 0 的 x 值是 ().

- A. 0 B. 5 C. -5 D. $x \neq -5$

7. 若分式 $\frac{1}{2b^2+1}b$ 的值是负数, 则 b 满足 ().

- A. $b < 0$ B. $b \geq 1$ C. $b < 1$ D. $b > 1$

国家中小学课程资源

同学们，再见！

