

国家中小学课程资源

# 第七章 相交线与平行线

## 7.1.1 两条直线相交

年 级：七年级

主讲人：李 研

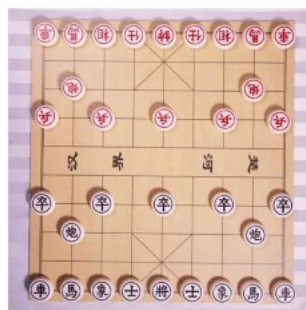
学 科：数学（人教版）

学 校：中国人民大学附属中学

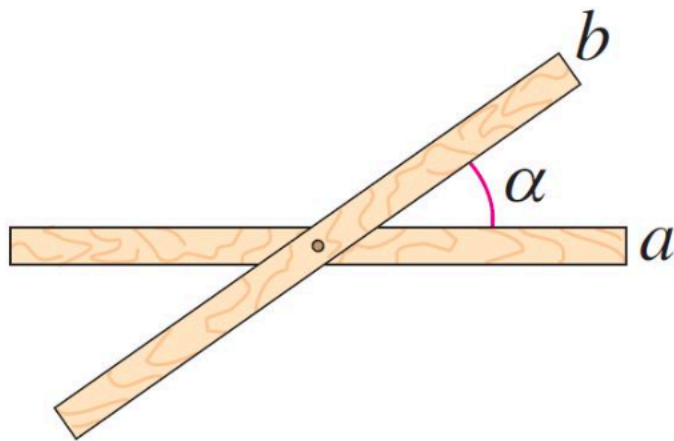


## 新课导入

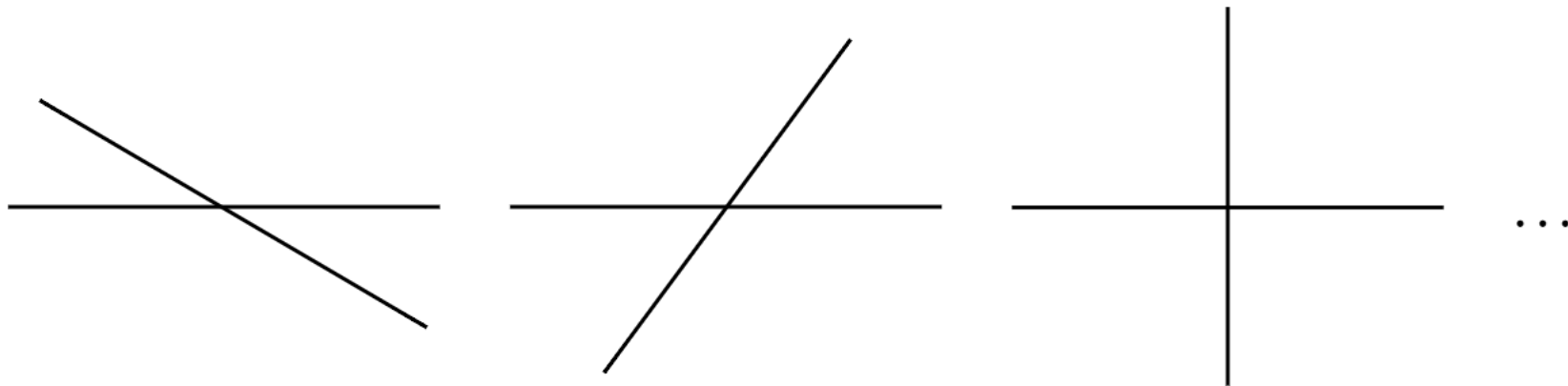
**问题 1** 观察这些图片，你能否看到相交线、平行线的形象？



**问题 2** 上一章我们认识了相交线，知道相交是直线之间的一种基本位置关系，如何刻画两条直线之间的这种位置关系呢？



## 相交的直线

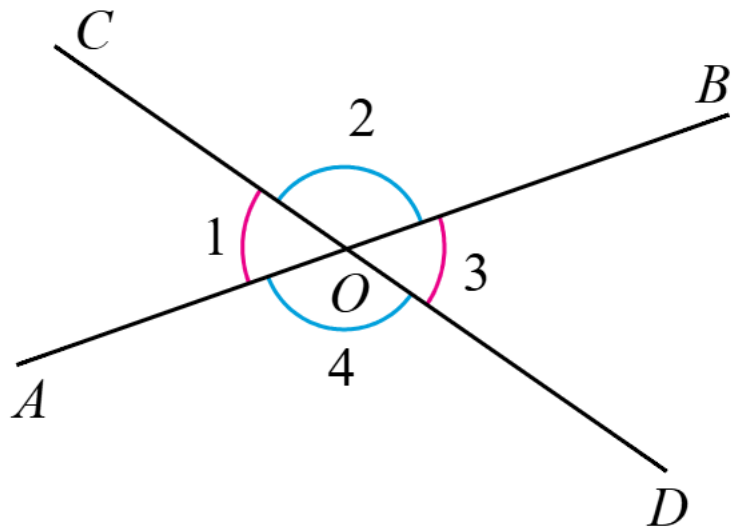


## 新知探究

研究两条相交直线所构成的角

**问题 3** 任意画两条相交直线，在形成的四个角中，两两相配共能组成几对角？各对角存在怎样的位置关系？你能否根据这种位置关系将它们分类呢？

两条直线  $AB$ ,  $CD$  相交于点  $O$ .

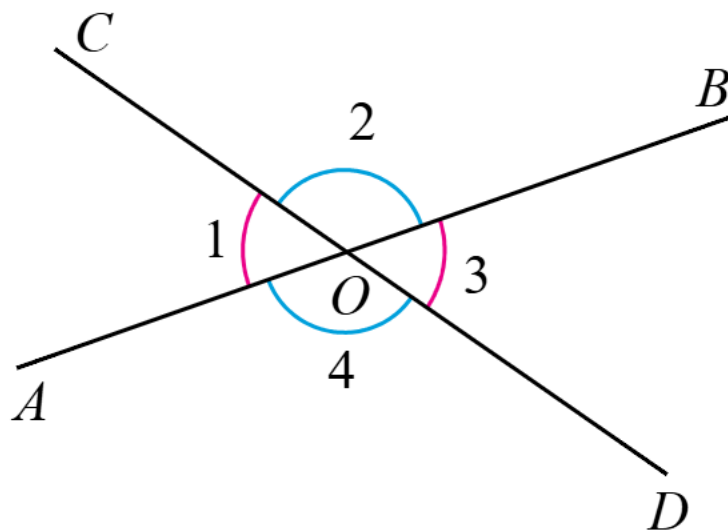


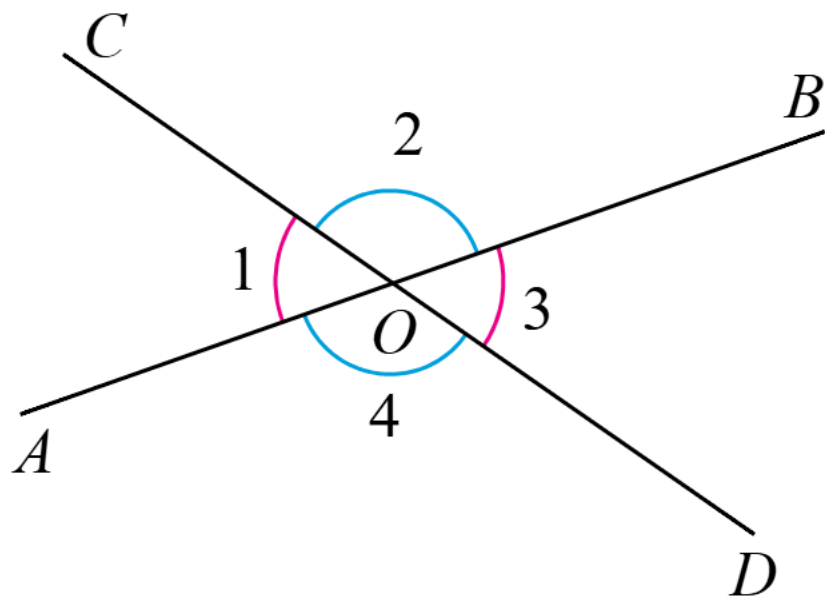
图中四个角两两分为一组，共有多少组？

$\angle 1$  与  $\angle 2$ ， $\angle 1$  与  $\angle 3$ ， $\angle 1$  与  $\angle 4$ ，

$\angle 2$  与  $\angle 3$ ， $\angle 2$  与  $\angle 4$ ， $\angle 3$  与  $\angle 4$ 。

如何分类？





角

一个顶点

两条边



$\angle 1$  与  $\angle 2$ 

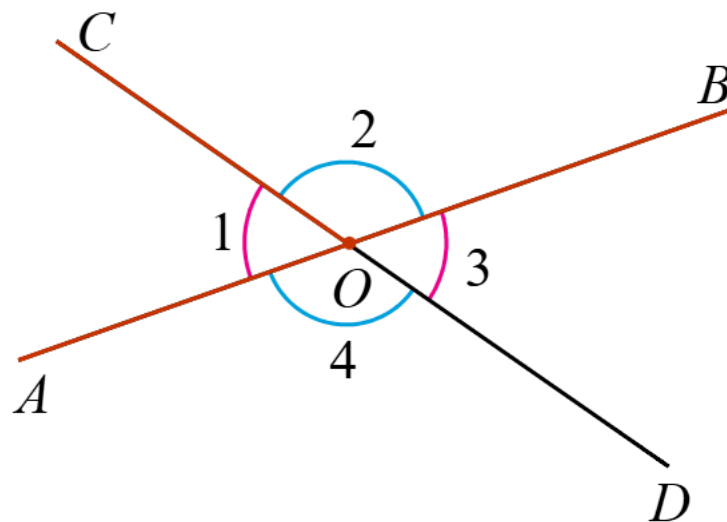
$\angle 1$  的顶点是  $O$ ，边是  $OA$  与  $OC$ ；

$\angle 2$  的顶点是  $O$ ，边是  $OB$  与  $OC$ ；

公共顶点

公共边

互为  
反向延长线





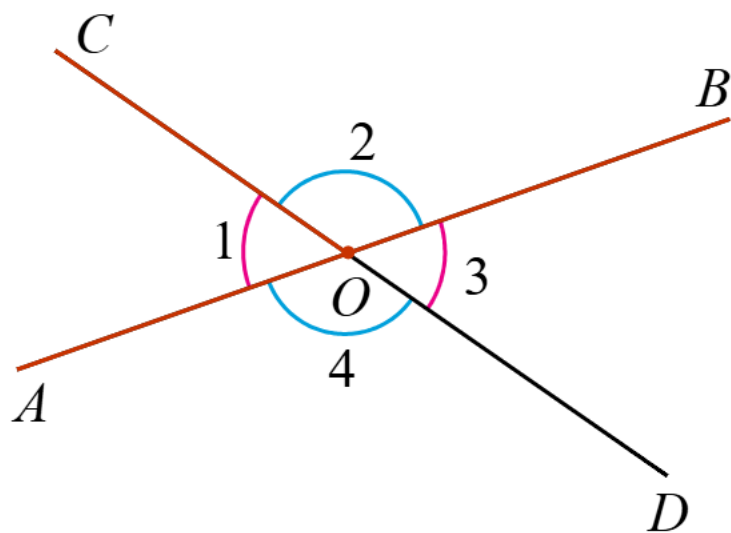
## 位置关系

 $\angle 1$  与  $\angle 2$  $\angle 2$  与  $\angle 3$ 

有一条公共边

 $\angle 2$  与  $\angle 3$ 

另一边互为反向延长线

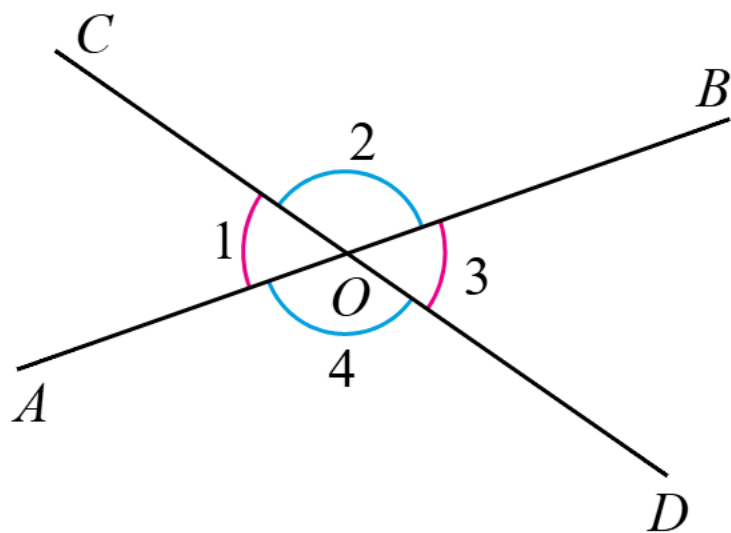


## 位置关系

 $\angle 1$  与  $\angle 2$  $\angle 2$  与  $\angle 3$  $\angle 3$  与  $\angle 4$  $\angle 1$  与  $\angle 4$ 

有一条公共边

另一边互为反向延长线

 $\angle 1$  与  $\angle 3$  $\angle 1$  与  $\angle 4$  $\angle 2$  与  $\angle 4$  $\angle 3$  与  $\angle 4$ 

## 邻补角

 $\angle 1$  与  $\angle 2$  $\angle 2$  与  $\angle 3$  $\angle 3$  与  $\angle 4$  $\angle 1$  与  $\angle 4$ 

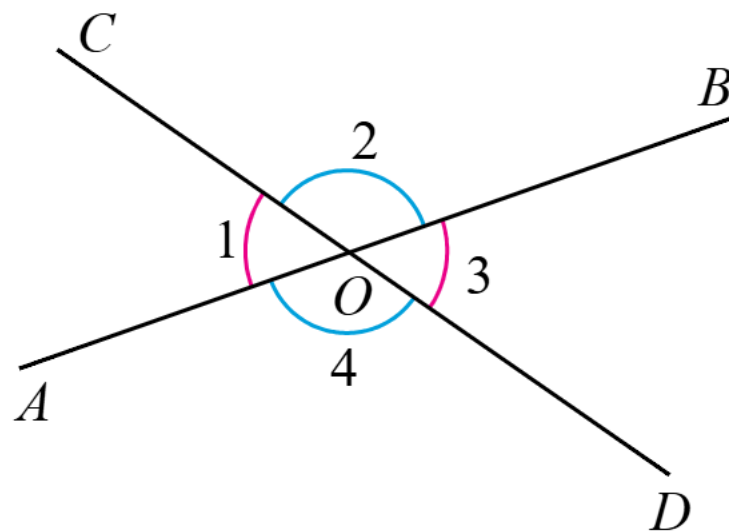
## 位置关系

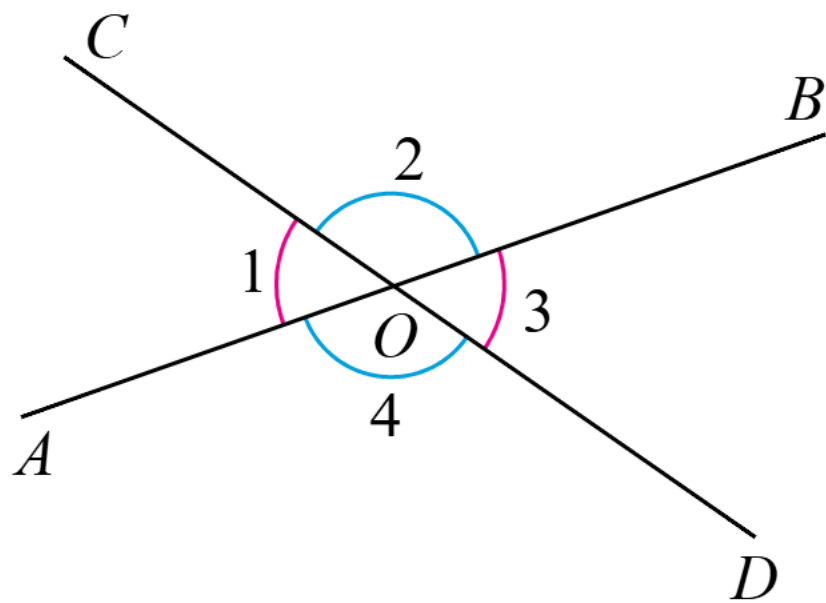
有一条公共边

另一边互为反向延长线

## 数量关系

互补



$\angle 1$  与  $\angle 3$  $\angle 2$  与  $\angle 4$ 

∠1 与 ∠3

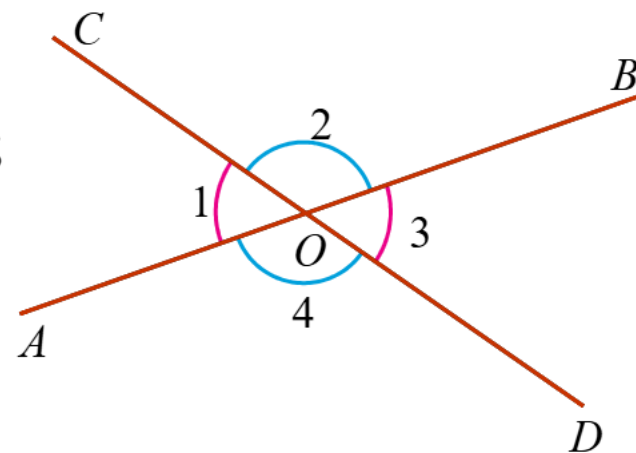
∠1 的顶点是  $O$ ，边是  $OA$  与  $OC$ ；  
∠3 的顶点是  $O$ ，边是  $OB$  与  $OD$ ；

位置关系

公共顶点

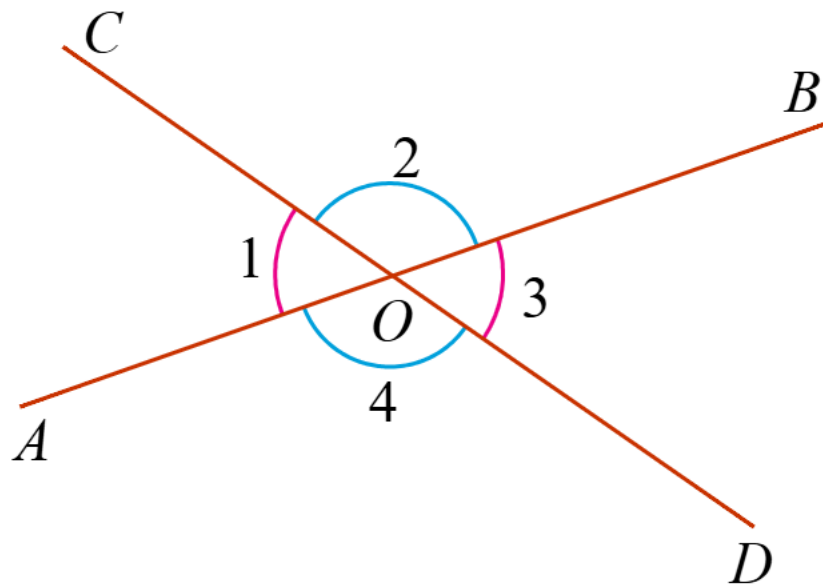
互为反向延长线

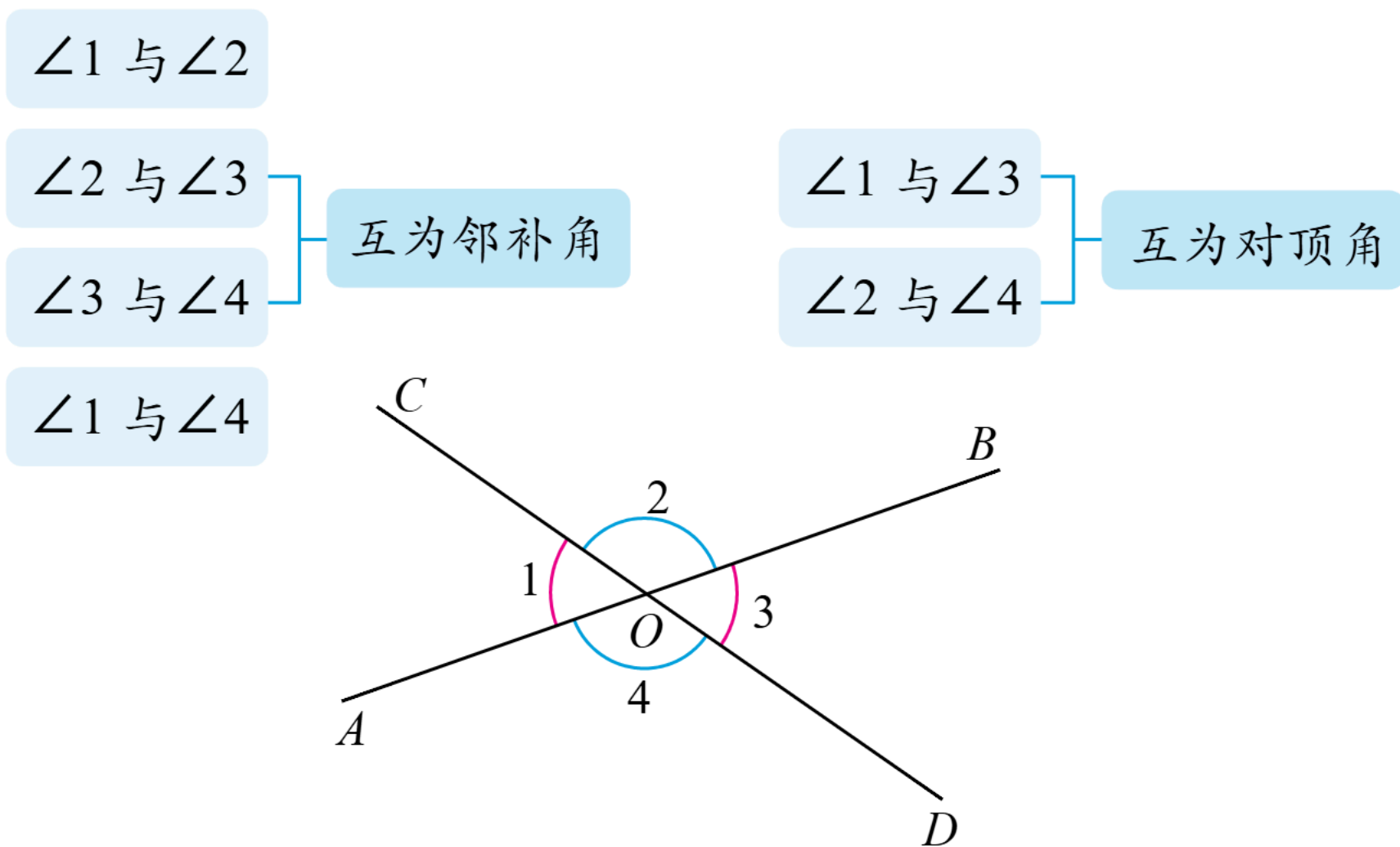
互为反向延长线



## 位置关系

## 对顶角

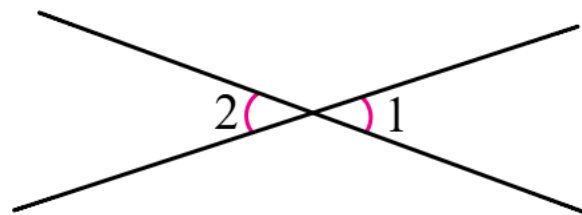
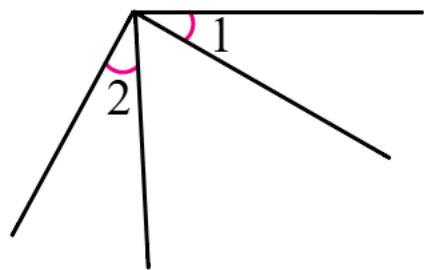
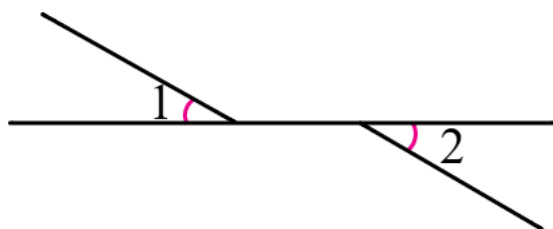
 $\angle 1$  与  $\angle 3$  有公共顶点 $\angle 2$  与  $\angle 4$  两边分别互为反向延长线



## 例题精讲

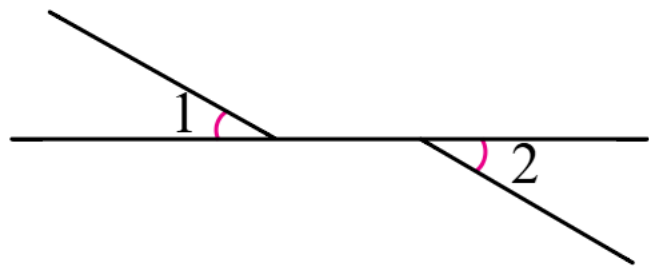
**例 1** (1) 下列各图中， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角吗？为

什么？



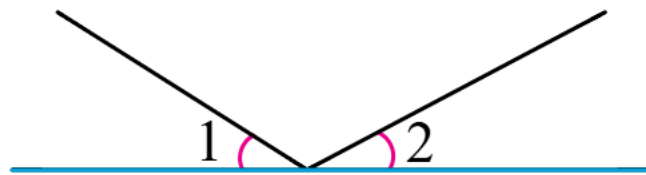


**例 1** (1) 下列各图中， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角吗？为什么？



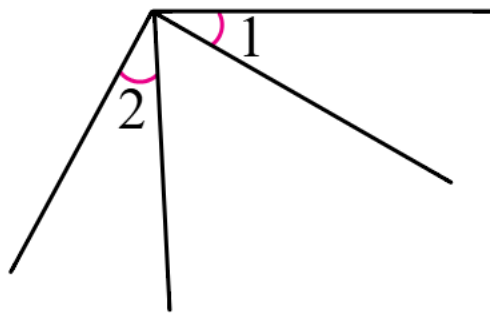
$\angle 1$  与  $\angle 2$  不是对顶角.

**例 1** (1) 下列各图中， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角吗？为什么？



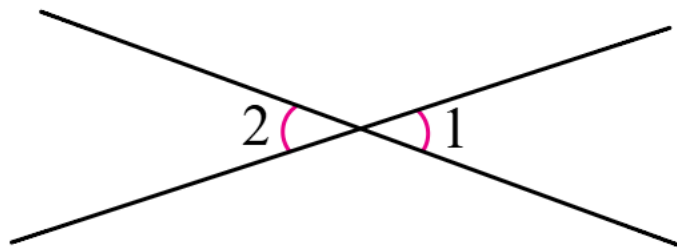
$\angle 1$  与  $\angle 2$  不是对顶角.

**例 1** (1) 下列各图中， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角吗？为什么？



$\angle 1$  与  $\angle 2$  不是对顶角。

**例 1** (1) 下列各图中， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角吗？为什么？

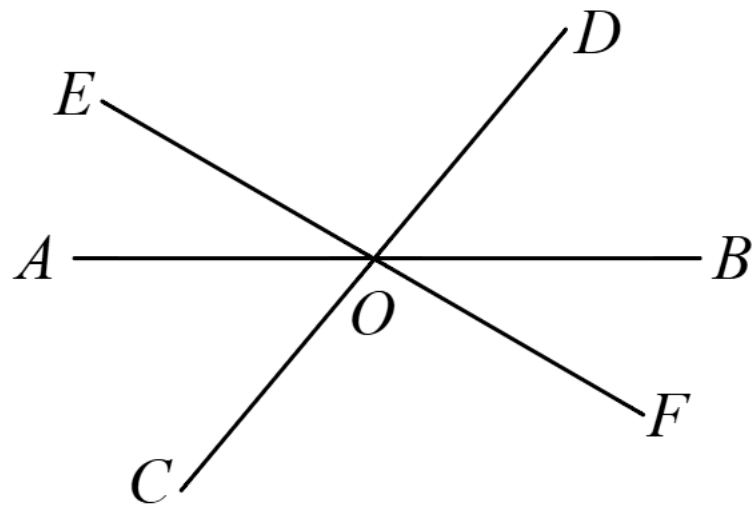


$\angle 1$  与  $\angle 2$  是对顶角.

(2) 如图，直线  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  相交于点  $O$ .

① 写出  $\angle DOE$  的邻补角；

② 写出  $\angle BOE$  的对顶角.

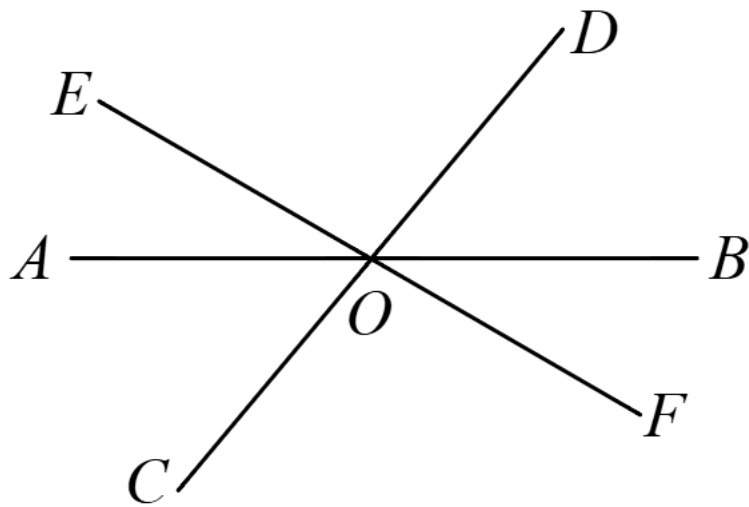


(2) 如图, 直线  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  相交于点  $O$ .

① 写出  $\angle DOE$  的邻补角;

$\angle EOC$  是  $\angle DOE$  的邻补角

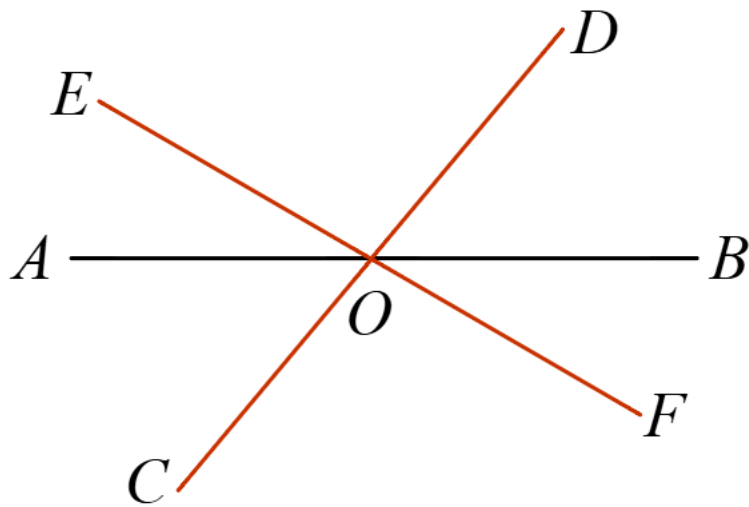
$\angle DOF$  是  $\angle DOE$  的邻补角



(2) 如图，直线  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  相交于点  $O$ .

① 写出  $\angle DOE$  的邻补角；

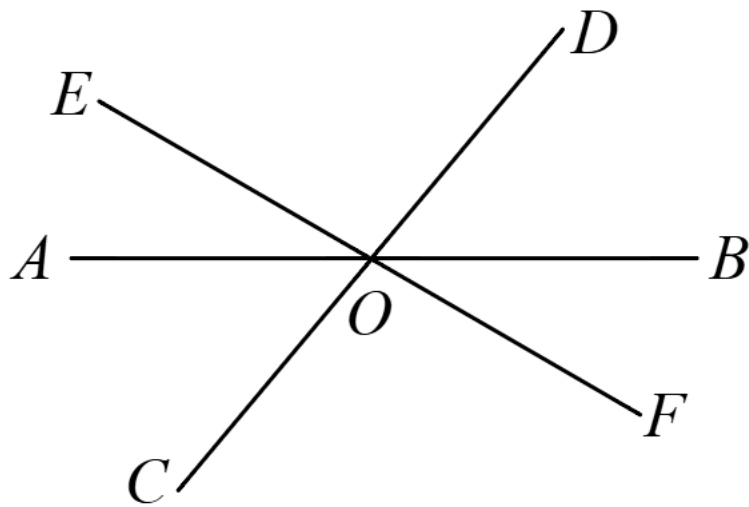
解：  $\angle DOE$  的邻补角是  
 $\angle EOC$  直线  $CD$ ,  $EF$  相交于点  $O$



(2) 如图，直线  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  相交于点  $O$ .

② 写出  $\angle BOE$  的对顶角.

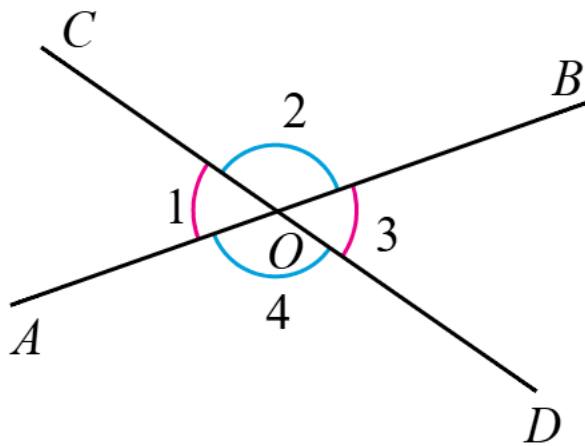
解：  $\angle BOE$  的对顶角是  $\angle AOF$ .  
直线  $AB$ ,  $EF$  相交于点  $O$

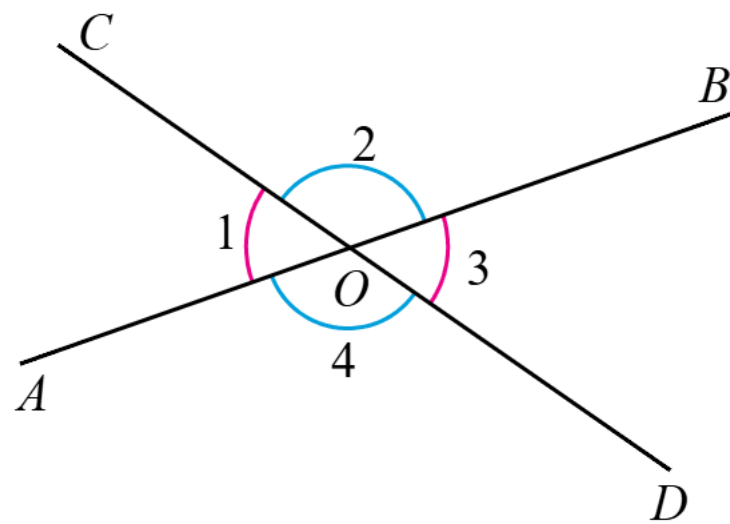
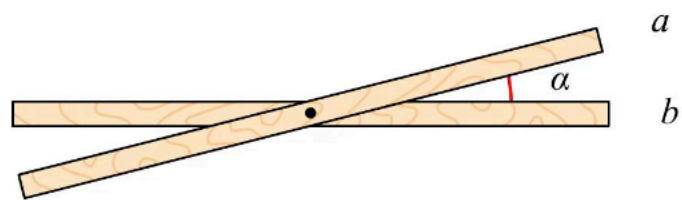


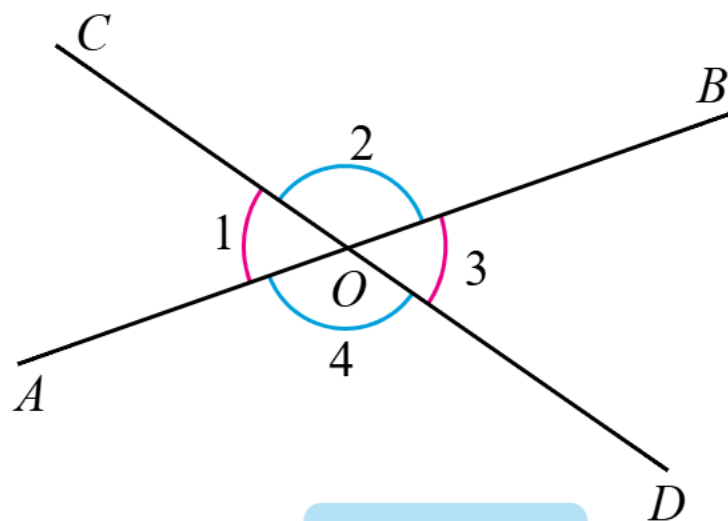


## 新知探究

**问题 4** 前面我们研究了邻补角和对顶角的位置关系，下面我们来研究它们的数量关系．问题 3 中的  $\angle 1$  和  $\angle 2$ ， $\angle 1$  和  $\angle 3$  分别有怎样的数量关系？







位置关系

数量关系

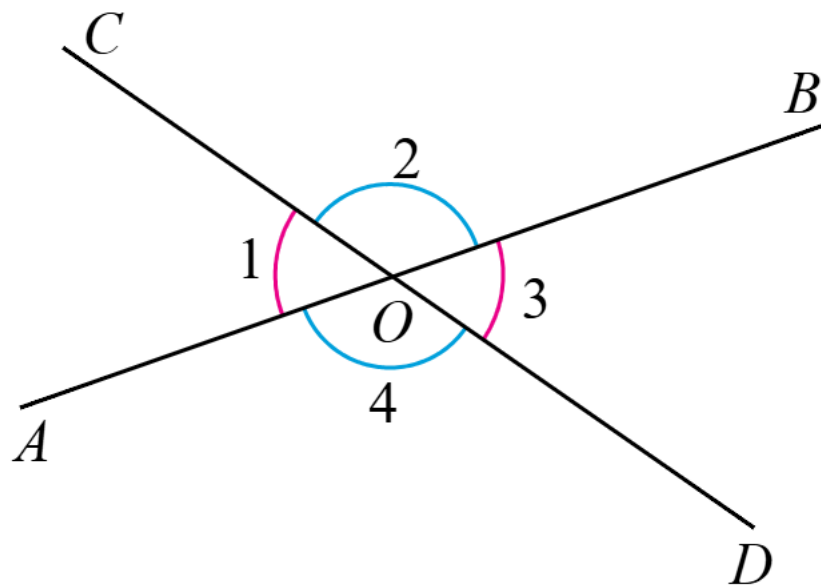
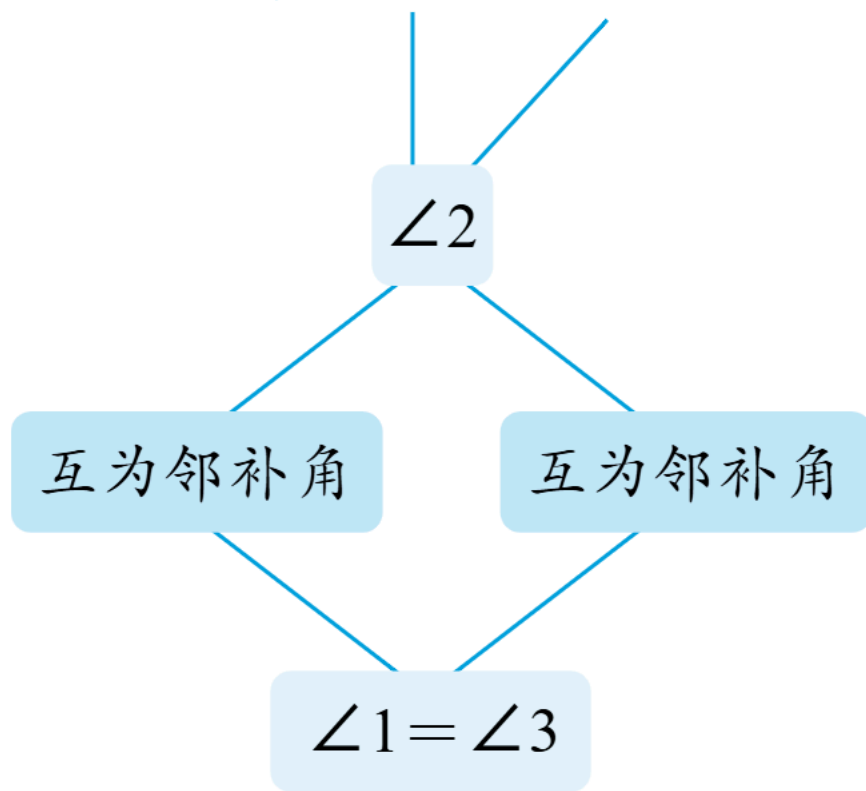
对顶角

 $\angle 1$  与  $\angle 3$  有公共顶点 $\angle 2$  与  $\angle 4$  两边分别互为反向延长线

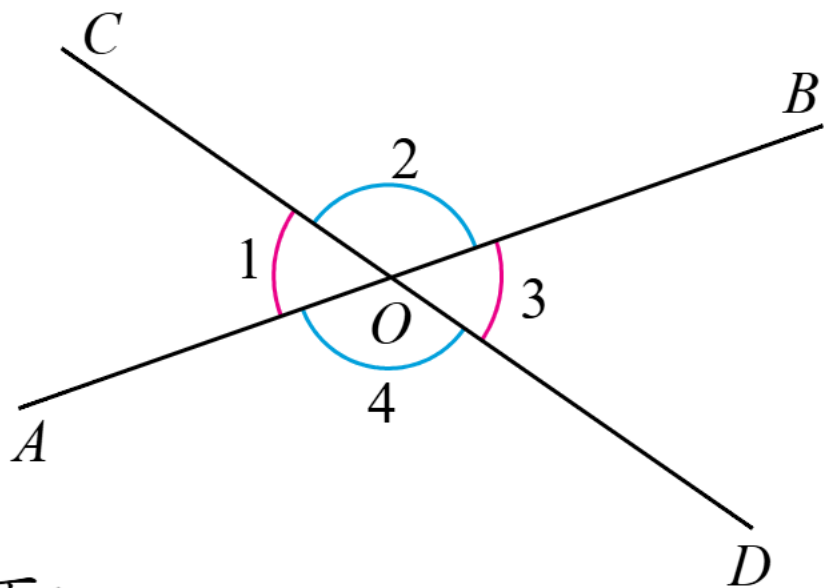
相等?

猜想  $\longrightarrow$  度量、比较  $\longrightarrow$  推理论证

分析： $\angle 1$  与  $\angle 3$  的关系？



同角的补角相等

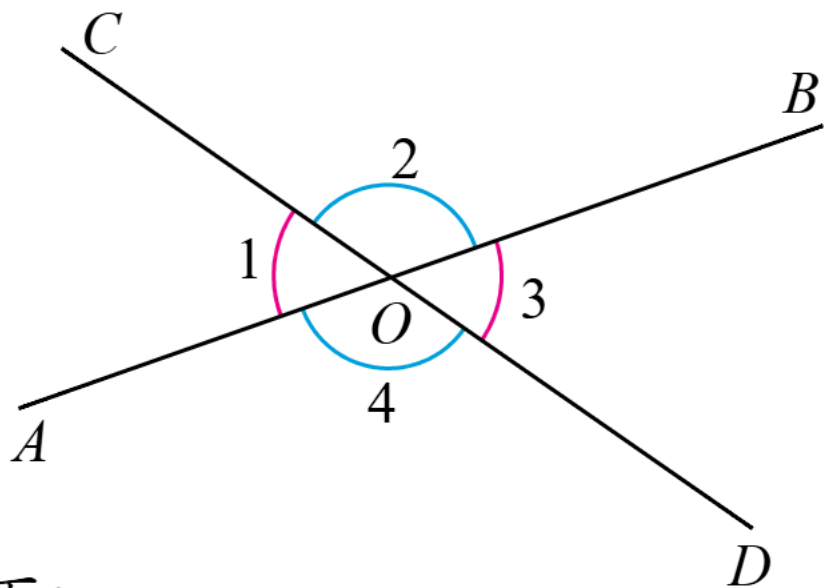


推理过程如下：

因为  $\angle 1$  与  $\angle 2$  互补， $\angle 3$  与  $\angle 2$  互补（邻补角定义），

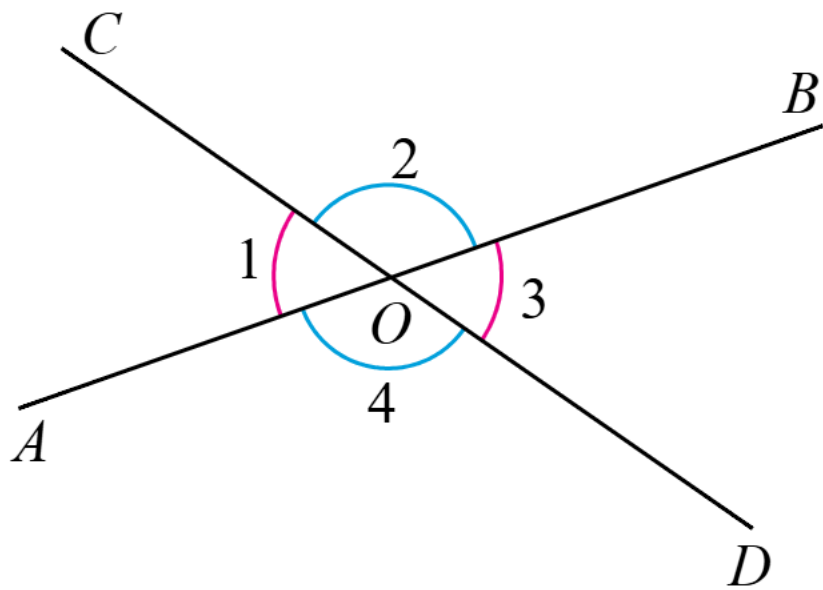
所以  $\angle 1 = \angle 3$ （同角的补角相等）。

类似地，你能说明  $\angle 2$  与  $\angle 4$  相等吗？

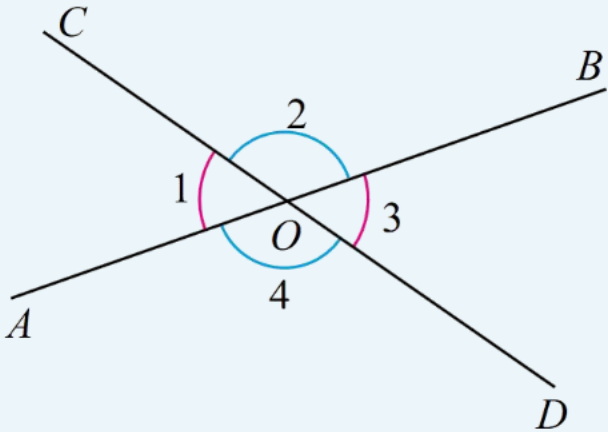


推理过程如下：

因为  $\angle 2$  与  $\angle 3$  互补， $\angle 4$  与  $\angle 3$  互补（邻补角定义），  
所以  $\angle 2 = \angle 4$ （同角的补角相等）。

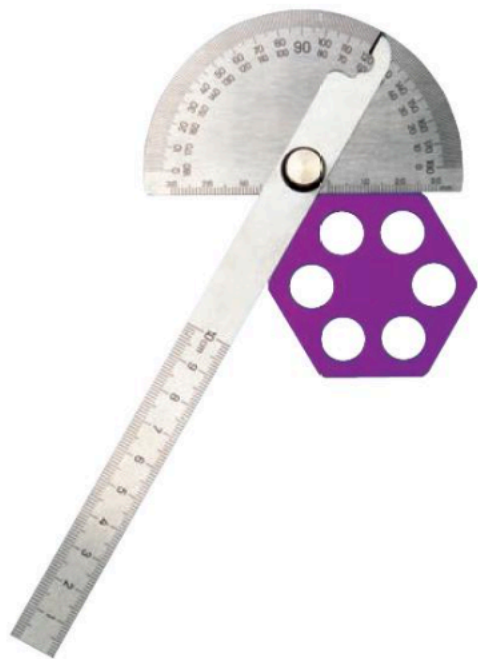


对顶角的性质：对顶角相等。

|                                                                                                                                                                                                                       |                              |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-----------|
|                                                                                                                                     | 位置关系                         | 数量关系      |
| <p>邻补角</p> <p><math>\angle 1</math> 与 <math>\angle 2</math><br/><math>\angle 2</math> 与 <math>\angle 3</math><br/><math>\angle 3</math> 与 <math>\angle 4</math><br/><math>\angle 1</math> 与 <math>\angle 4</math></p> | <p>有一条公共边<br/>另一边互为反向延长线</p> | <p>互补</p> |
| <p>对顶角</p> <p><math>\angle 1</math> 与 <math>\angle 3</math><br/><math>\angle 2</math> 与 <math>\angle 4</math></p>                                                                                                     | <p>有公共顶点<br/>两边分别互为反向延长线</p> | <p>相等</p> |



**问题 5** 图中是对顶角量角器，你能说出它测量角的原理吗？

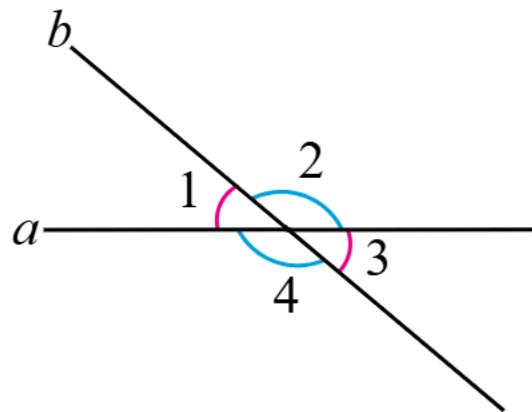


原理：对顶角相等。

## 例题精讲

例 2 如图，直线  $a$ ,  $b$  相交.

(1)  $\angle 1 = 40^\circ$ , 求  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  的度数;



$$\angle 1 = 40^\circ$$

位置

数量

相关角

(邻补角和对顶角)

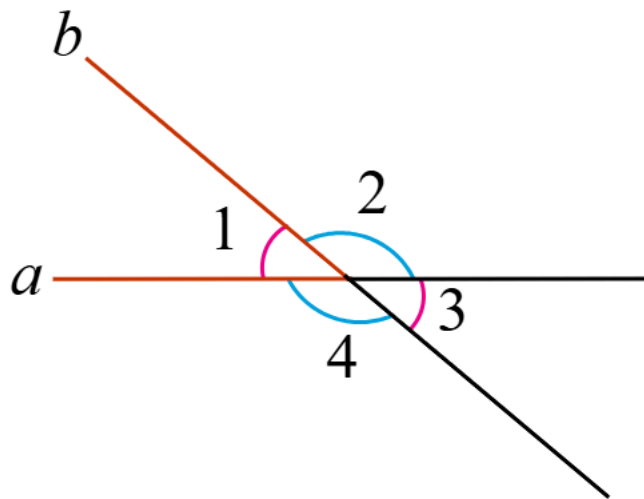
解：由邻补角定义，得

$$\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ,$$

$$\angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ.$$

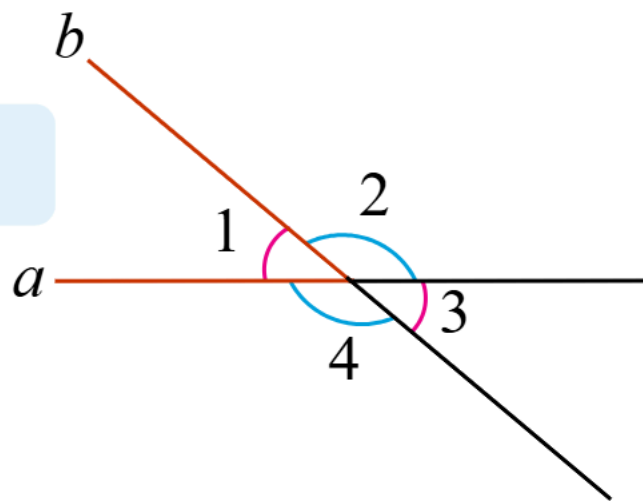
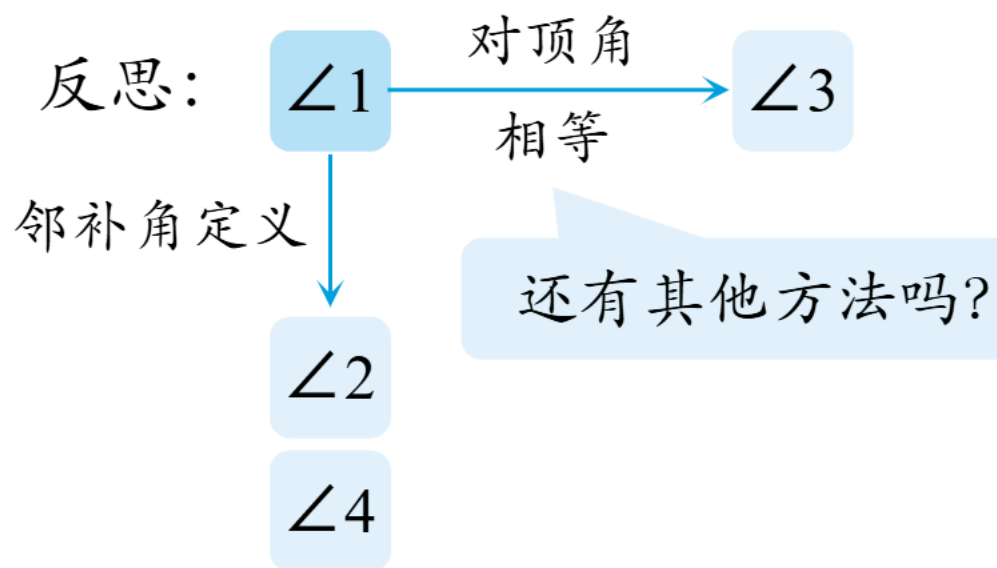
由对顶角相等，得

$$\angle 3 = \angle 1 = 40^\circ.$$



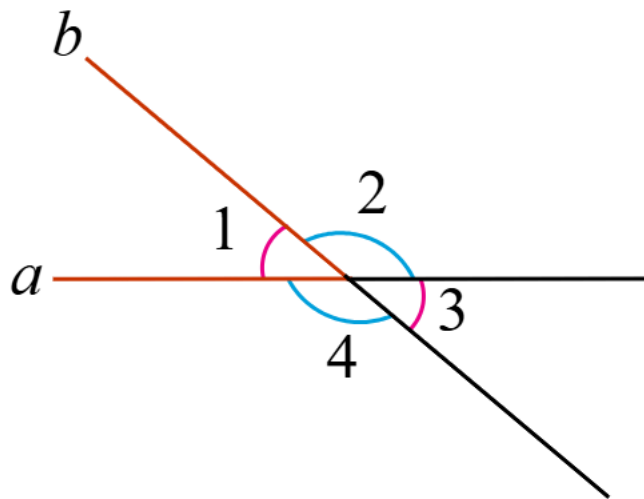
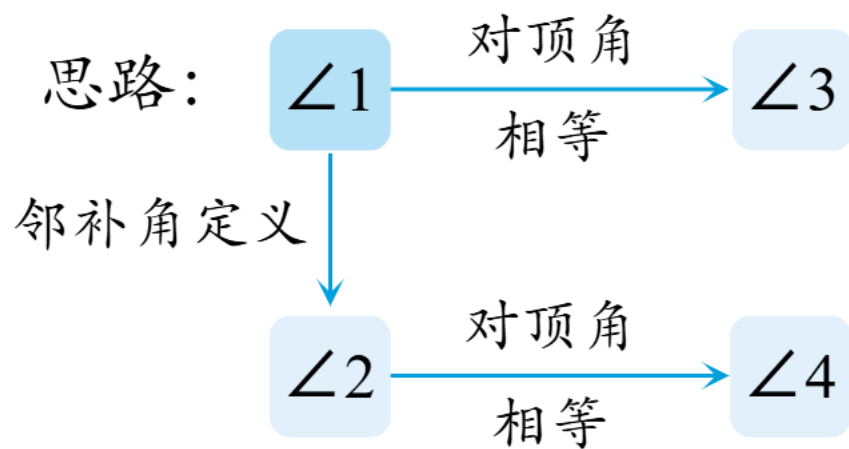
例 2 如图，直线  $a$ ,  $b$  相交.

(1)  $\angle 1 = 40^\circ$ ，求  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  的度数；



例 2 如图，直线  $a$ ,  $b$  相交.

(1)  $\angle 1 = 40^\circ$ ，求  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  的度数；

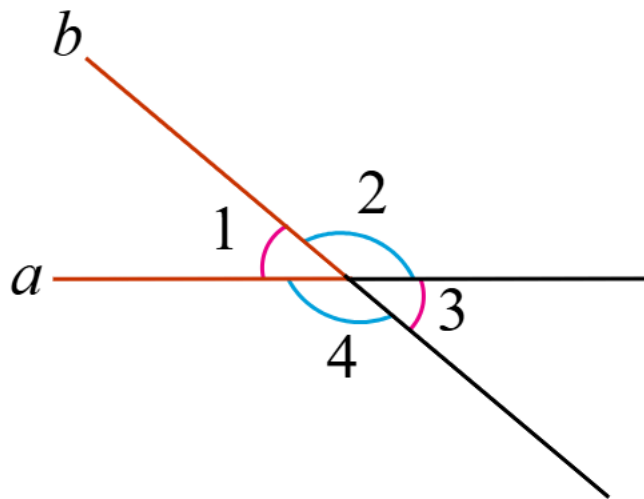


**例 2** 如图，直线  $a$ ,  $b$  相交.

(1)  $\angle 1 = 40^\circ$ ，求  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  的度数；

反思：两直线相交所构成的四个角中，如果已知一个角的度数，即可求出其余三个角的度数.

知一得三



例 2 如图，直线  $a$ ,  $b$  相交.

(2)  $\angle 1 = 90^\circ$ ，求  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  的度数.

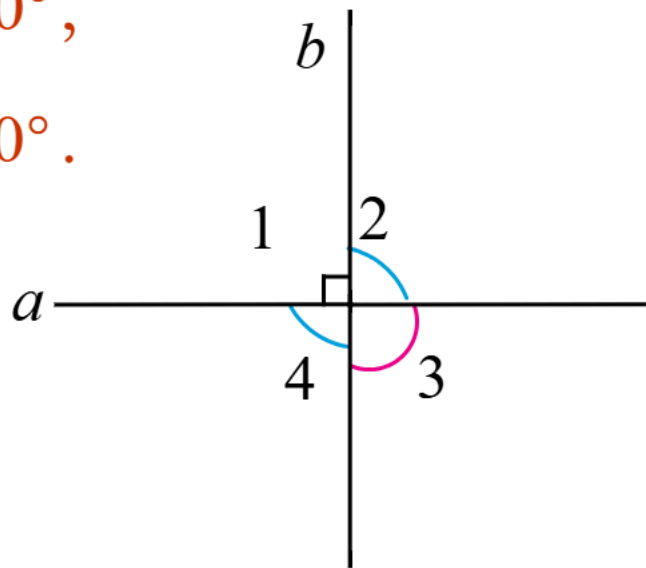
解：由邻补角定义，得

$$\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

由对顶角相等，得

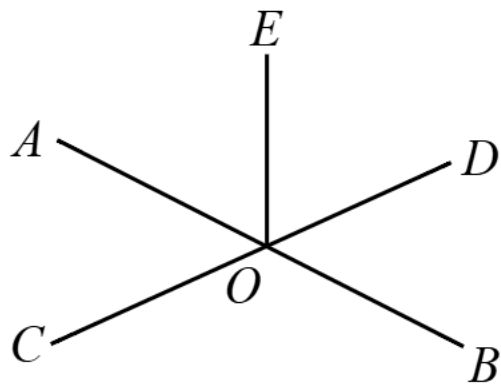
$$\angle 3 = \angle 1 = 90^\circ.$$



## 拓展提升

**例 3** 如图，直线  $AB$  和  $CD$  相交于点  $O$ ，且  $OE$  为  $\angle AOD$  的平分线.

- (1) 找出图中相等的角；
- (2) 若  $OF$  为  $\angle COB$  的平分线， $OE$  和  $OF$  有怎样的位置关系？请说明理由.



解：(1)  $\angle AOC = \angle BOD$ ,  $\angle AOD = \angle BOC$ ,  $\angle AOE = \angle DOE$ ,  
 $\angle COE = \angle BOE$ ;



(2) 若  $OF$  为  $\angle COB$  的平分线,  $OE$  和  $OF$  在同一条直线上.

理由:  $\because$  直线  $AB$  和  $CD$  相交于点  $O$ ,

$$\therefore \angle AOE + \angle EOD + \angle BOD = 180^\circ.$$

又  $\because OE, OF$  分别是  $\angle AOD, \angle BOC$  的平分线,

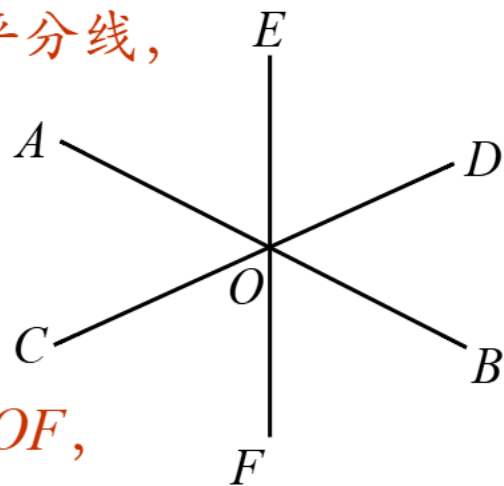
$$\therefore \angle AOE = \angle EOD = \frac{1}{2} \angle AOD,$$

$$\angle COF = \angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOC.$$

又  $\because \angle AOD = \angle BOC, \therefore \angle AOE = \angle BOF,$

$$\therefore \angle BOF + \angle EOD + \angle BOD = 180^\circ.$$

$\therefore OE$  和  $OF$  在同一条直线上.





## 课堂小结

---

回顾本节课所学内容，请思考并回答下面的问题：

(1) 你对邻补角和对顶角有哪些认识？

两条相交直线形成的角中，有四组邻补角、两组对顶角；邻补角互补，对顶角相等；但互补的角不一定是邻补角，相等的角也不一定是对顶角；邻补角和对顶角是与数量和位置均相关的角。

(2) 通过这节课的学习，你体会到哪些数学思想方法？

分类；观察、猜想、证明（说理和推理）。

(3) 角的学习将贯穿初中几何的始终，你能把我们学过的角分类吗？

按与直角的大小关系定义的：钝角、直角、锐角；

按与直角、平角的数量关系定义的：余角、补角；

按位置关系定义的：邻补角、对顶角。



## 课后任务

---

教科书习题 7.1 第 1, 5 题.

国家中小学课程资源

# 第七章 相交线与平行线

## 7.1.1 两条直线相交

制作单位：人民教育出版社

