课程基本信息							
课例编号	2020QJ08SXRJ004	学科	数学	年级	八年级	学期	秋季
课题	三角形的内角（第一课时）						
教科书	书名：义务教育教科书数学八年级上册 出版社：人民教育出版社 出版日期：2013 年 6 月						

教学人员		
	姓名	单位
授课教师	聂金花	北京市第三十五中学
指导教师	崔佳佳	北京市西城区教育研修学院

教学目标
教学目标：理解三角形内角和定理. 从度量、剪图、拼图等多角度认识三角形内角和定理，体会证明的必要性. 经历实验活动的过程，获取添加辅助线的思路和方法，能用平行线的性质证明三角形内角和于 180°，发展几何直观和逻辑推理， 体验由试验几何到论证几何的研究过程. 在观察、实验、猜想、验证、推理等数学活动中，培养探索精神，获得丰富的情感体验. 教学重点：探索并证明三角形内角和定理. 教学难点：添加辅助线证明三角形内角和定理.

教学过程		
时间	教学环节	主要师生活动
	课前准备	三角形纸片，剪刀，量角器，直尺
3 分钟	动手操作	问题 1 在小学我们已经知道任意一个三角形的三个内角的和等于 180°，你还记得是怎么发现这个结论的吗？请大家利用手中的三角形纸片进行探究. 有的同学利用量角器度量一个三角形的三个内角的度数，计算这三个内角的和. 但是，在度量的过程中，往往会有误差；有的同学通过剪图、拼图的方法得出结论，如图 1、图 2、图 3、图 4；还有的同学是通过折叠的方法得出结论，如图 5. 形状不同的三角形有无数个，我们不可能用这些方法一一验证所有的三角形的内角和等于 180°，我们采用的这些“验证”不是“数学证明”，不能完全让人信服，所以，需要通过推理的方法来证明：任意一个三角形的三个内角的和等于 180°.

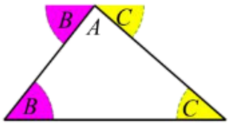
<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>


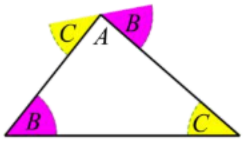
图 1


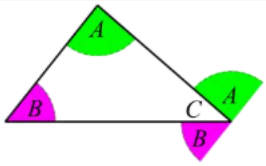
图 2


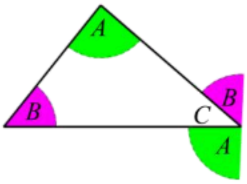
图 3


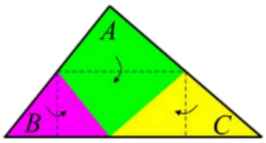
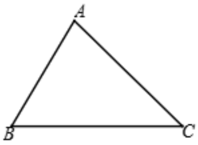
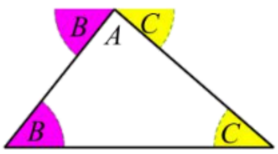
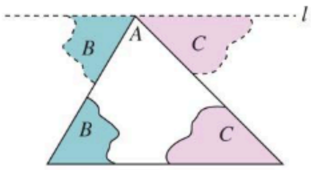
图 4


图 5
根据数学证明的一般过程，先任意画一个三角形 ABC，结合图形，写出已知和求证.


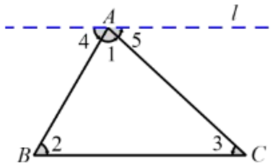
已知：$\triangle ABC$
求证：$\angle A+\angle B+\angle C=180^{\circ}$.
观察发现，图 1、图 2 是将$\angle B$ 和$\angle C$ 剪下分别拼在$\angle A$ 的左右，图 3、图 4 是将$\angle A$ 和$\angle B$ 剪下分别拼在$\angle C$ 的左右，图 5 是通过折叠，将三个角拼合到一起，不论是哪种方法，都是要将三个角拼合在一起．拼合到一起的目的是什么呢？为了得到了一个平角．有了平角，根据平角定义，就得到了 180° .
</td>
</tr>
<tr>
<td>12
分
钟</td>
<td>推理验证</td>
<td>
问题 2　从这个操作过程中，你受到怎样的启发？你能发现证明的思路吗？
具体的，在图 1 中，$\angle B$ 和$\angle C$ 分别拼在$\angle A$ 的左右，三个角合起来形成一个平角，出现了一条过点 A 的直线 l，直线 l 与边 BC 有什么位置关系？




是平行.
问题 3 在操作过程中，我们发现了与边 BC 平行的直线 l，由此，你又能受到什么启发？能发现证明“三角形的内角和等于 180° ”的思路吗？
找到方法：可以通过添加与边 BC 平行的辅助线 l，利用平行线的性质和平角的定
</td>
</tr>
</table>

义即可证明结论.

根据拼合过程的启发，我们找到了第一种证明方法.



证明：过点 A 作直线 l，使得 $l // BC$.

∵ $l // BC$，

∴ $\angle 2=\angle 4$(两直线平行，内错角相等).

同理 $\angle 3=\angle 5$.

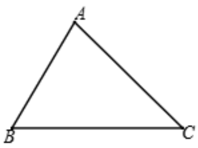
∵ $\angle 1$，$\angle 4$，$\angle 5$ 组成平角，

∴ $\angle 1+\angle 4+\angle 5=180°$(平角定义).

∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$(等量代换).

以上我们就证明了任意一个三角形的三个内角的和等于 180°，得到如下定理：

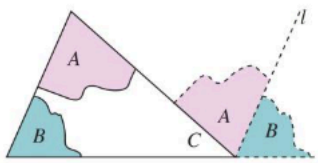
三角形内角和定理　三角形三个内角的和等于 180°.



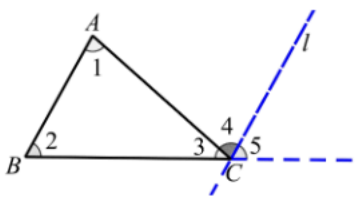
在△ABC 中，

$\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

有的同学说，我是将剪下的两个角拼在了第三个角的同一侧，这样也能形成一个平角，也就是下图的形式.



问题 4　你能模仿前面的证明过程，用这名同学提供的方法证明此定理吗？



证明：延长 BC，过点 C 作直线 l，使得 $l // AB$.

∵ $l // BC$，

∴ $\angle 1=\angle 4$(两直线平行，内错角相等).

$\angle 2=\angle 5$(两直线平行，同位角相等).

∵ $\angle 3$，$\angle 4$，$\angle 5$ 组成平角，

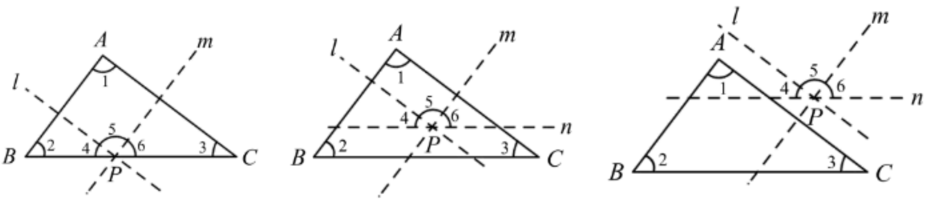
∴ $\angle 3+\angle 4+\angle 5=180°$(平角定义).

∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$(等量代换).

问题 5　通过前面的操作和证明过程，你能受到什么启发？你能用其他方法证明此定理吗？

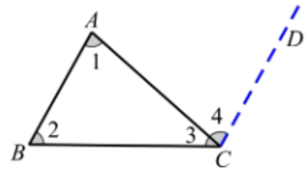
从以上的操作和证明过程中，我们发现，利用平行线的性质转移角，利用平角的定义得到 180°，从而完成证明.

除了过顶点作对边的平行线外，我们也可以在三角形的边上任取一点 P 分别作两边的平行线，或者在三角形的内部或外部任取一点，分别作三边的平行线，将三角形的三个内角转化为一个平角，然后进行证明.



这么多方法都是在图 1、图 3 的操作基础上探索出来的，而图 2、图 4、图 5 则需要我们以后学习了新的几何知识（全等三角形及轴对称、旋转等内容），再验证它们的合理性.

有的同学说，构造平角就是为了得到 180°，那么我还有另外一种得到 180° 的方法，不用移两个角、三个角，我只需要移一个角.



证明：过点 C 作 $CD // AB$.

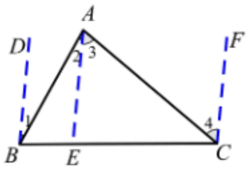
则 $\angle 4=\angle 1$(两直线平行，内错角相等)

$\angle 2+\angle BCD=180°$(两直线平行，同旁内角互补)

即 $\angle 2+\angle 3+\angle 4=180°$

$\therefore \angle 2+\angle 3+\angle 1=180°$(等量代换).

还有的同学说，我和他的方法类似，也只需要移动 $\angle A$.



证明：过点 B 任意作一条直线 BD，分别过点 A、C 作 BD 的平行线 AE、CF

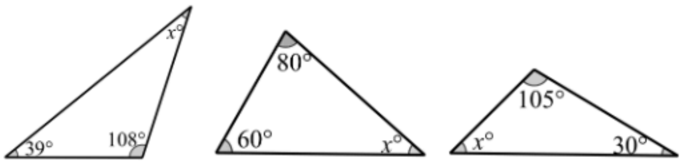
则 $CF // AE // BD$

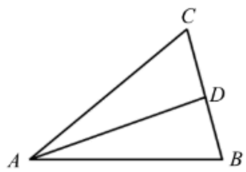
$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$ (两直线平行，内错角相等)

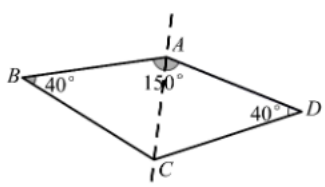
$\angle DBC+\angle BCF=180°$(两直线平行，同旁内角互补)

即 $\angle 1+\angle ABC+\angle ACB+\angle 4=180°$

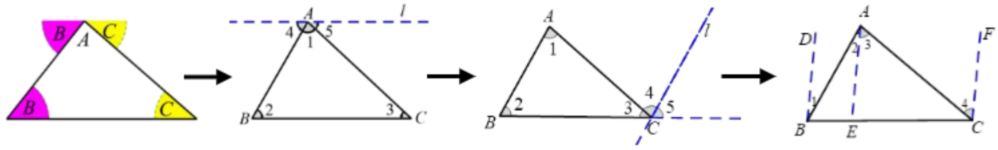
$\therefore \angle ABC+\angle ACB+\angle BAC=180°$(等量代换).

<table>
<tr><td></td><td></td><td>归纳：得到 180°的方法有，平角定义或者两直线平行，同旁内角互补.</td></tr>
<tr><td>5
分
钟</td><td>简单应用</td><td>练习 1　求出下列图形中的 x 的值：


通过简单计算，进一步熟悉三角形内角和定理.
例　如图，在△ABC 中，$\angle BAC$ =40°，$\angle B$ = 75°，AD 是△ABC 的角平分线．求 $\angle ADB$ 的度数.


分析：$\angle ADB$ 是△ABD 的一个内角，在△ABD 中，$\angle B$ = 75°，如果能得到$\angle BAD$ 的度数，就能求出$\angle ADB$ 的度数．由$\angle BAC$ =40°，AD 是△ABC 的角平分线，很容易得到$\angle BAD$=20°.
（根据分析写出解答过程，后出规范格式）
由这道例题，我们进一步明确在一个三角形中，已知两个角的度数，就可以利用三角形内角和定理，求出第三个角的度数.
练习 2　如图，一种滑翔伞的形状是左右对称的四边形 $ABCD$, 其中$\angle A$=150°，$\angle B$=$\angle D$=40°，求$\angle C$ 的度数.


提示：由四边形 $ABCD$ 左右对称得$\angle BAC$=$\angle DAC$=75°．再由$\angle ACB$=180°－$\angle BAC$－$\angle B$ 求出$\angle ACB$ 的度数.</td></tr>
<tr><td>2
分
钟</td><td>课堂小结</td><td>1、本节课学习了哪些主要内容？
2、为什么要用推理的方法证明“三角形的内角和等于 180°？
3、你是怎么找到三角形内角和定理的证明思路的？
我们在剪拼图形的过程中受到启发，发现了添加辅助线，证明定理的方法. 而数学的历史也是同样的发展轨迹，古希腊几何学鼻祖泰勒斯也通过类似的活动，发现了三角形内角和的结论；毕达哥拉斯就是用该方法证明这一定理的.</td></tr>
</table>

		 泰勒斯拼图验证　毕达哥拉斯的证法　欧几里得的证法　普罗克拉斯方案
	布置作业	教科书　第 16 页　习题 11.2 第 1 题、第 3 题.